COLEGIO SAN CARLOS DE QUILICURA
MATEMÁTICA/SEGUNDO MEDIO
J. VELÁSQUEZ/C. SOTO/2020
SESIÓN 1 (45 MIN)

Solucionario de la Guía N° 29 Matemática

(Del 16 al 20 de noviembre)

Revisa tus respuestas y si tienes alguna duda, comunícate a través del mail:

II° "A": carol.soto@colegiosancarlosquilicura.cl en el siguiente horario: martes y jueves desde las 16:00 hasta las 17:00.

II° "B" y II° "C": josimar.velasquez@colegiosancarlosquilicura.cl en el siguiente horario: martes y jueves desde las 16:00 hasta las 17:00.

Con gusto atenderemos tus inquietudes. ¡Cuídate mucho!

SOLUCIÓN DE "ACTIVIDADES DE PROCESO" DEL TEXTO DEL ESTUDIANTE PÁGINAS 222 Y 223.

Página 222

$x = 7{,}14$

Página 223

3. $h = \dfrac{x + 150}{tg(36°)}$; Altura = 373,5 m

SOLUCIÓN DE "ACTIVIDADES DE PRÁCTICA" DEL TEXTO DEL ESTUDIANTE PÁGINA 224.

Página 224

1.
   a. 6,25 – 6,5 – 1,8
   b. 25 – 33,3 – 41,7
   c.
   d. 7 – 12 – 13,9
2.
   a. 90° – 63,43° – 26,57°
   b. 90° – 74,05° – 15,95°
   c. 90° – 74,05° – 15,95°
3.
   a. x = 13 cm – α = 30° – β = 60°
   b. α = 59,89° – β = 30,11°
   c. x = 9,19 cm – α = β = 45°
4.
   a. El edificio mide aprox. 4,51 m.
   b. Ángulo de 19,34°

COLEGIO SAN CARLOS DE QUILICURA
MATEMÁTICA/SEGUNDO MEDIO
J. VELÁSQUEZ/C. SOTO/2020
SESIÓN 2 (45 MIN)

Guía de Trabajo N° 30 Matemática

(Del 23 al 27 de noviembre)

Nombre	Curso	Fecha
	IIº	__ / 11/ 2020

OA11: Utilizar permutaciones y la combinatoria sencilla para calcular probabilidades de eventos y resolver problemas.

CONTENIDOS QUE SE TRABAJARÁN EN ESTA GUÍA

UNIDAD IV: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Tema 1: Técnicas de conteo

INSTRUCCIONES

- El tiempo estimado para el desarrollo de la guía será de 90 minutos. Puedes realizarla en dos sesiones de 45 minutos.
- Los materiales que necesitaras para el desarrollo de la guía serán: cuaderno de la asignatura, lápiz mina, lápiz pasta, calculadora, goma, saca puntas y una regla.
- El desarrollo de los ejercicios escríbelo con lápiz mina y la respuesta final escríbela con lápiz pasta.
- En la Guía de Trabajo N° 31 se anexará la retroalimentación de esta guía.

¡Hola! Un gusto saludarte de nuevo, deseando que te encuentres muy bien junto a tus familiares y seres queridos.

En esta guía, damos comienzo a la **UNIDAD IV: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA**, donde estudiaremos las "Técnicas de conteo". Aprenderás a aplicar el principio multiplicativo para determinar la cantidad de casos posibles en situaciones que implican ordenamientos de objetos, para realizar cálculos sin necesidad de contar uno por uno los casos. Además, reconocerás las variaciones y las combinaciones, distinguirlas de las permutaciones y calcularlas, para aplicar las permutaciones, variaciones y combinaciones en la resolución de problemas de probabilidades.

¡ÁNIMO Y MUCHOS ÉXITOS! 

TÉCNICAS DE CONTEO

Las técnicas de conteo son estrategias matemáticas usadas en probabilidad y estadística que permiten determinar el número total de resultados que puede haber a partir de hacer combinaciones dentro de un conjunto o conjuntos de objetos. Este tipo de técnicas se utilizan cuando es prácticamente imposible o demasiado pesado hacer de forma manual combinaciones de diferentes elementos y saber cuántas de ellas son posibles.

Las principales técnicas de conteo son:

1. El principio multiplicativo
2. El principio aditivo
3. Factoriales
4. Permutaciones
5. Variaciones o arreglos
6. Combinaciones

1. EL PRINCIPIO MULTIPLICATIVO

Si un evento A se puede realizar de "m" formas diferentes y luego se puede realizar otro evento B de "n" formas diferentes, el número total de formas en que pueden ocurrir A y B es igual a **m · n**. Es decir, ambos eventos se realizan, primero uno y luego el otro. El "y" indica multiplicación. Este principio se puede aplicar también a más de dos sucesos.

Ejemplo 1: Si tengo tres camisas, cinco pantalones y cuatro corbatas. ¿De cuántas maneras distintas puedo combinar una camisa, un pantalón y una corbata?

Respuesta: $(3 \cdot 5 \cdot 4) = 60$ maneras diferentes

Ejemplo 2: Un restaurant ofrece 4 entradas, 5 platos principales y 2 postres. ¿De cuántas formas un cliente puede ordenar una comida?

Respuesta: Se aplica el principio de multiplicación, por lo tanto hay 4 x 5 x 2 formas diferentes de ordenar una comida: 40 formas.

2. EL PRINCIPIO ADITIVO

Si un evento «A» se puede realizar de "m" maneras diferentes, y otro evento "B" se puede realizar de "n" maneras diferentes, además, si ocurre uno no puede ocurrir el otro, entonces, el evento A o el evento B, se realizarán de m + n formas. Es decir, aquí ocurre A ó ocurre B. **El "o" indica suma.** Este principio se puede aplicar también a más de dos sucesos.

Ejemplo: Si me quiero comprar un automóvil, puedo elegir entre distintas marcas y modelos. La marca A tiene 2 modelos y 3 colores, la marca B tiene 4 modelos y 5 colores disponibles. ¿De cuántas maneras posibles puedo elegir un automóvil?

La respuesta a esta pregunta es de 26 maneras diferentes $(2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 6 + 20 = 26)$
La marca A tiene 2 modelos y 3 colores por modelo $(2 \cdot 3 = 6$ vehículos de la marca A)
La marca B tiene 4 modelos y 5 colores por modelo $(4 \cdot 5 = 20$ vehículos de la marca B)
$6 + 20 = 26$ vehículos para elegir

ACTIVIDAD N° 1

Resuelve los siguientes problemas utilizando el principio aditivo y el principio multiplicativo:

1. ¿De cuántas formas se puede cruzar un río una vez, si se cuenta con 1 bote y 2 barcos?
2. ¿Cuántos resultados se pueden obtener si se lanza un dado 2 veces?
3. ¿De cuántas formas se puede ordenar una pizza, si hay 2 opciones de masa (tradicional y especial), y 4 sabores (hawaiana, carne, vegetariana y americana)? Solo se puede pedir una masa y un sabor.
4. a) ¿Cuántos resultados distintos se puede obtener si se lanza una moneda 3 veces? b) ¿Y si se lanza 5 veces?
5. Un repuesto de automóvil se vende en 3 tiendas de Santiago y en 8 tiendas de Lima. ¿De cuántas formas se puede adquirir el repuesto?

3. FACTORIALES

Definición: Sea n un número natural. Se llama factorial de n al producto de los n primeros números naturales. La expresión **n!** se lee, n factorial. Es así que:

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots\ldots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$

Propiedades:

a) $n! = n \cdot (n-1)!$ Ejemplos: $7! = 7 \cdot 6!$; $10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!$

b) $x! = n! \rightarrow x = n$

c) $\frac{n!}{n} = (n-1)!$ Ejemplo: $\frac{5!}{5} = (5-1)! = 4!$

d) $\frac{n!}{(n-1)!} = n$ Ejemplo: $\frac{12!}{11!} = 12$

Observación: Algunos factoriales son:

$0! = 1$	$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$
$1! = 1$	$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$
$2! = 1 \cdot 2 = 2$	$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

4. PERMUTACIONES

Definición: Se denomina permutación, a cada una de las diferentes ordenaciones que se pueden realizar con todos los elementos de un conjunto. Estas se clasifican en:

Permutación Simple o Lineal: Son las permutaciones que pueden hacerse con los elementos de un conjunto, **sin repetirlos**.

$$\boxed{P(n) = n!}$$

Ejemplo 1: ¿Cuántas palabras distintas, con o sin sentido, se pueden formar con las letras de la palabra GENIAL?

$P(n) = n! \rightarrow P(6) = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$ palabras

Ejemplo 2: Una familia tiene 3 niños y 2 niñas.

a) ¿De cuántas formas pueden sentarse en una fila?
Respuesta: Hay 5! formas de sentarse = $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$.

b) ¿Cuántas formas hay si los niños desean sentarse separados de las niñas?
Si desean sentarse separados, hay 2 formas de distribuirlos: HHHMM y MMHHH y en cada caso los niños pueden sentarse de 3! formas diferentes y las niñas de 2! Por lo que hay 3! x 2! x 2! Formas = $(3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 1) = 24$ formas.

Permutaciones con repetición: El número de permutaciones de **n** elementos, de los cuales, k_1 son iguales, k_2 son iguales,.... k_r son iguales, está dada por

$$\boxed{P_{rep} = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \ldots k_r!}}$$

Ejemplo: ¿Cuántas palabras distintas se pueden formar con las letras de la palabra MORALEJA?
Respuesta: De las 8 letras la "A" se repite 2 veces, entonces:
$P_2^8 = \frac{8!}{2!} = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 20.160\ palabras$

Permutaciones circulares: El número de maneras diferentes en que se pueden ordenar **n** elementos diferentes a lo largo de una circunferencia está dado por:

$$\boxed{\mathbf{P_{circul} = (n - 1)!}}$$

Ejemplo 1: ¿De cuántas maneras se pueden sentar 5 personas alrededor de una mesa redonda?
Respuesta: Una persona puede sentarse en cualquier lugar, las otras 4 personas son las que pueden organizarse de 4! Maneras diferentes.
$P_o(5) = (5 – 1)! = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ maneras distintas

Ejemplo 2: ¿Cuántas palabras distintas se pueden formar con las letras de la palabra GENIAL , cuando no importa desde que letra comenzamos a leer la palabra. Es decir, cuando por ejemplo GENIAL y LGENIA, ambas se lean de igual modo.
Respuesta: $P_o(6) = (6 – 1)! = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ palabras

ACTIVIDAD N° 2

Resuelve los siguientes problemas utilizando permutaciones:

1. ¿De cuántas maneras se pueden ubicar 5 autos en fila en un estacionamiento?

   A) 5
   B) 10
   C) 25
   D) 120
   E) 125

2. ¿Cuántas palabras con o sin sentido se pueden hacer con todas las letras de la palabra ELEMENTO?

   A) 3!
   B) 5!
   C) 8!
   D) $\frac{8!}{5!}$
   E) $\frac{8!}{3!}$

3. ¿De cuántas maneras distintas se puede sentar una familia de 7 integrantes alrededor de una mesa circular?

   A) 3! + 4!
   B) 3! · 4!
   C) 6!
   D) 7!
   E) 7! – 1!

5. VARIACIONES O ARREGLOS

Una variación es el proceso de encontrar cuántos grupos diferentes se pueden formar con **n** elementos de modo que cada grupo tenga **r** elementos **(r < n)**. La variación se diferencia de la permutación, ya que aquí no utilizamos todos los elementos.

Variaciones sin repetición: Dado un conjunto de **n** elementos, la cantidad de conjuntos de **r** elementos que se pueden obtener, sin repetir ninguno de ellos, está dada por (r < n):

$$\boxed{V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

Ejemplo 1: ¿Cuántas palabras distintas de tres letras se pueden formar con las letras de la palabra MARDONES?

Respuesta: $V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} \rightarrow V_3^8 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336\ palabras$

Ejemplo2: ¿De cuántas formas se puede elegir un presidente, un secretario y un tesorero dentro de un grupo de 10 personas?

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} \rightarrow V_3^{10} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7!} = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 720\ maneras$$

Variaciones con repetición: Dado un conjunto de **n** elementos, la cantidad de conjuntos de **r** elementos que se pueden obtener, en los cuales se puede repetir uno o más de ellos, está dada por (r<n):

$$\boxed{V_r^n = n^r}$$

Ejemplo 1: ¿Cuántos números de tres dígitos se pueden formar con los primeros 6 números naturales?

Respuesta: Aquí los dígitos sí se pueden repetir, porque existe el número 222 ó el 334 ó el 515, etc. Entonces, $V_{3,3}^6 = 6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216\ \text{números de tres dígitos}$

ACTIVIDAD N° 3

1. Si en una micro hay disponibles sólo 3 asientos y 7 personas están de pie, ¿de cuántas maneras distintas podrían ocupar esos asientos?

A) $7! - 3!$
B) $(7 - 3)!$
C) $\frac{7!}{3!}$
D) $\frac{7!}{4!}$
E) 7^3

2. Si se lanza un dado 3 veces consecutivas y en cada ocasión se anota el resultado, la cantidad de combinaciones posibles es

A) 6!
B) (3 + 6)!
C) 18!
D) 3^6
E) 6^3

3. En un campeonato de fútbol participan 8 equipos locales. ¿De cuántas maneras distintas pueden ser ocupados los tres primeros lugares?

A) 6
B) 21
C) 56
D) 336
E) 512

6. COMBINACIONES

Una combinación es el proceso de encontrar la cantidad de grupos que se pueden formar con **n** elementos de modo que cada grupo tenga **r** elementos, no interesando el orden de éstos.

El número de combinaciones de **n** elementos tomados de **r** en **r** está dado por:

$$\boxed{C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!\cdot r!}}$$

Ejemplo: ¿Cuántos grupos de 3 estudiantes se pueden formar con un total de 10 estudiantes?

Respuesta: Aquí no importa el orden, porque da lo mismo el grupo formado por ABC o BAC, es el mismo grupo, pues son las mismas personas.

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!\cdot r!} = C_3^{10} = \frac{10!}{(10-3)!\ \cdot 3!} = \frac{10!}{7!\ \cdot 3!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7!}{7!\cdot 3!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8}{1\cdot 2\cdot 3} = 120\ grupos$$

Ejemplo 2: ¿Cuántos grupos de 4 letras se pueden formar con las letras de la palabra MARDONES?

Respuesta: No importa el orden, da lo mismo el grupo de letras MRDO que el grupo DROM

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!\cdot r!} = C_4^8 = \frac{8!}{(8-4)!\ \cdot 4!} = \frac{8!}{4!\ \cdot 4!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{4!\cdot 4!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = 70\ grupos$$

COMBINACIONES CON ELEMENTOS REPETIDOS: Misma definición anterior, pero en este caso los elementos pueden repetirse.

$$CR_{(n,k)} = \binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{k!\cdot(n-1)!}$$

Ejemplo 1: En una bodega hay 4 tipos diferentes de botellas. ¿De cuántas formas se pueden elegir 3 de ellas?
Respuesta: Aquí se pueden elegir las tres botellas de un mismo tipo, o dos de un mismo tipo y una diferente o las tres diferentes, entonces formaremos grupos en donde hay elementos repetidos.

$$CR_{(4,3)} = \binom{4+3-1}{3} = \binom{6}{3} = C_3^6 = \frac{6!}{(6-3)! \cdot 3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20\ formas$$

ACTIVIDAD N° 4

1. ¿Cuál es el valor de $C_2^4 + C_3^6$?

   A) 26
   B) 72
   C) 136
   D) 252
   E) Ninguna de las anteriores

2. Para el mundial de fútbol de Brasil clasificaron 32 países. Si este torneo se jugara con la modalidad "todos contra todos", ¿cuántos partidos de tendrían que jugar?

   A) 32^2
   B) 2^{32}
   C) 32!
   D) 72
   E) 496

3. ¿Cuántos saludos se pueden intercambiar entre sí 12 personas, si cada una sólo saluda una vez a cada una de las otras?

   A) 11
   B) 12
   C) 24
   D) 66
   E) 144

4. En un jardín infantil hay 5 cupos para 8 niños que postulan, ¿de cuántas formas se puede ocupar esas vacantes?

   A) 13
   B) 40
   C) 56
   D) 168
   E) 336

5. Una señora tiene 9 amigos de confianza, ¿de cuántas maneras puede invitar a comer a 5 de sus amigos?

   A) 5!
   B) 9!
   C) 45
   D) 105
   E) 126

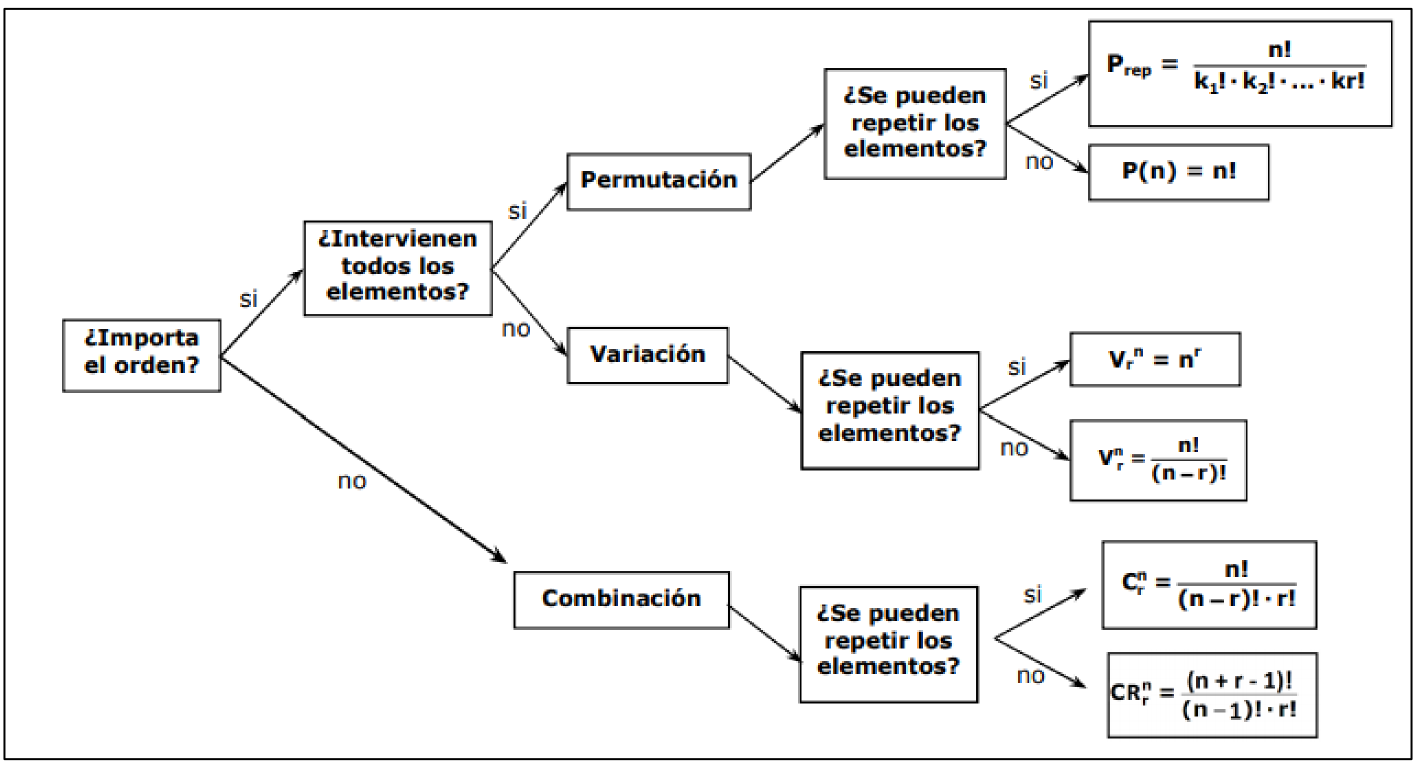
6. Con los elementos de los conjuntos A = {b, c, d, f, g, h} y B = {a, e, i, o}, deben formarse grupos de 5 letras cada uno, con 3 elementos de A y 2 de B. ¿Cuántos grupos distintos podrán crearse?

A) 4
B) 26
C) 120
D) 1.440
E) 3.456

7. En una bodega hay en un cinco tipos diferentes de botellas.
¿De cuántas formas se pueden elegir cuatro botellas?

A) 50
B) 60
C) 70
D) 80
E) N.A.

CUADRO RESUMEN



NUESTRA CLASE ONLINE N° 20 SE EFECTUARÁ EL PRÓXIMO JUEVES 26 DE NOVIEMBRE A TRAVÉS DE LA PLATAFORMA GOOGLE MEET, ASÍ QUE DEBES BUSCAR EL LINK PARA UNIRTE A LA CLASE EN TU CALENDARIO.

CURSO: II° A **Nombre del profesor:** Carol Soto **Día:** Jueves 26 de noviembre **Hora:** 3:00 pm – 3:45 pm	**CURSO: II° B** **Nombre del profesor:** Josimar Velásquez **Día:** Jueves 26 de noviembre **Hora:** 12:00 pm – 12:45 pm	**CURSO: II° C** **Nombre del profesor:** Josimar Velásquez **Día:** Jueves 26 de noviembre **Hora:** 11:00 am – 11:45 am	Meet

¡TE ESPERAMOS!
CUÍDATE MUCHO