Colegio San Carlos de Quilicura
Matemática/Cuarto Medio
LCG/CSV/2020

Guía n°25 de Matemáticas

(Del 13 al 16 de octubre)

Nombre	Curso	Fecha
	IVº	/ 10 / 2020

Los contenidos de esta actividad estarán en la prueba de admisión transitoria:
Eje temático: ESTADISTICA
OA 2 (III°Medio): Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.
CONTENIDOS: • Medidas de dispersión : rango, desviación media, desviación estándar, varianza y coeficiente De variación

Estimada(o) estudiante: La guía n°25 consta de dos partes. La primera consiste en que revises los contenidos de MEDIDAS DE DISPERSIÓN, y la segunda parte consiste en ver las instrucciones para desarrollar la actividad por formulario N°2.

Parte I: Contenido: Medidas de Dispersión

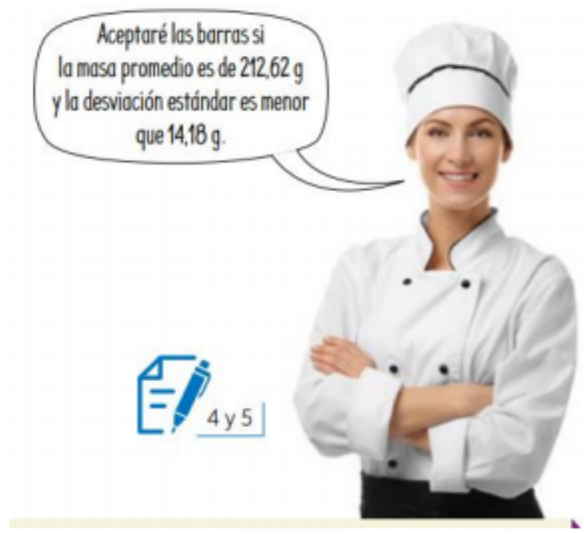
1) ¿CÓMO CALCULAR LAS MEDIDAS DE DISPERSIÓN EN DATOS NO AGRUPADOS?

Para sintetizar, hagamos una tabla con cada una de los conceptos y fórmulas que necesitas para calcular las medidas de dispersión en datos NO agrupados

CONCEPTO	FÓRMULA
RANGO (R)	$$R = X_{max} - X_{min}$$ Corresponde a la diferencia entre el mayor (X_{max}) y el menor (X_{min}) de los datos de la distribución.
DESVIACIÓN MEDIA ($D_{\bar{x}}$)	Para datos no agrupados se tiene: $$D_{\bar{x}} = \frac{\lvert x_1 - \bar{x}\rvert + \lvert x_2 - \bar{x}\rvert + \lvert x_3 - \bar{x}\rvert + \ldots + \lvert x_n - \bar{x}\rvert}{n}$$ Donde x_{mci} es la marca de clase del intervalo i, $\bar{x}$ es la media aritmética de la variable, f_i es la frecuencia absoluta del intervalo i y n es el número total de datos.
VARIANZA (σ^2)	Para datos no agrupados se tiene: $$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$ Donde x_{mci} es la marca de clase del intervalo i, $\bar{x}$ es la media aritmética de la variable, f_i es la frecuencia absoluta del intervalo i y n es el número total de datos.
DESVIACIÓN ESTANDAR (σ)	$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$ Se obtiene extrayendo la raíz cuadrada de la varianza. Se expresa en la misma unidad que la variable, por lo que nos puede dar una idea más cercana de lo disperso que es el conjunto.

1) La chef de un restaurante acaba de recibir un encargo de barras de chocolate de su proveedor, pero aún no los acepta. Los gramos de cada barra se muestran en el recuadro.

178,60	204,12	206,95
221,13	192,78	209,79
226,80	209,79	215,46
229,63	215,46	218,30



¿Qué decisión tomará la chef?, ¿por qué? Argumenta.

Solución:

Como podemos observar, en este caso los datos se presentan en una tabla, pero no en intervalos, por lo que los cálculos serán tratados como datos no agrupados. Al igual que en los ejercicios anteriores, lo primero es calcular el promedio:

$$\bar{x} = \frac{178{,}60 + 221{,}13 + 226{,}80 + 229{,}63 + 204{,}12 + 192{,}78 + 209{,}79 + 215{,}46 + 206{,}95 + 209{,}79 + 215{,}46 + 218{,}30}{12}$$

$$\bar{x} = \frac{2528{,}81}{12} \approx 210{,}73\ gramos$$

Luego de esto, procedamos a calcular la desviación estándar:

$$\sigma^2 = \frac{(178{,}60 - 210{,}73)^2 + (221{,}13 - 210{,}73)^2 + (226{,}80 - 210{,}73)^2 + (229{,}63 - 210{,}73)^2 + (204{,}12 - 210{,}73)^2 + (192{,}78 - 210{,}73)^2}{12}$$

$$\frac{+(209{,}79 - 210{,}73)^2 + (215{,}46 - 210{,}73)^2 + (206{,}95 - 210{,}73)^2 + (209{,}79 - 210{,}73)^2 + (215{,}46 - 210{,}73)^2 + (218{,}30 - 210{,}73)^2}{12}$$

$$\sigma^2 \approx 186{,}59\ gramos$$

Entonces, la desviación estándar será:

$$\sigma = \sqrt{186{,}59} \approx 13{,}66\ gramos$$

RESPUESTA:

Tomemos en cuenta que, la chef del restaurante "Aceptará las barras de chocolate si la masa promedio es de 212,62 gramos y la desviación estándar es menor que 14,18 gramos".

Al realizar los cálculos el promedio que obtuvimos fue de 210,73 gramos y la desviación estándar fue 13,66 gramos (datos que no cumplen las condiciones que pide la chef). Por tanto, la chef no debería recibir el encargo de barras de chocolate de su proveedor.

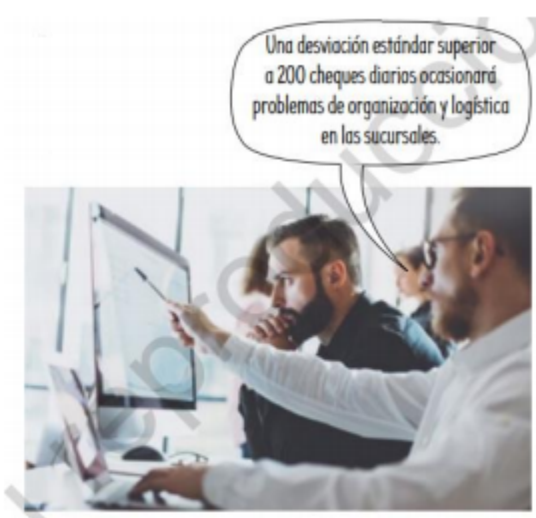
2) ¿CÓMO CALCULAR LAS MEDIDAS DE DISPERSIÓN EN DATOS AGRUPADOS?

Para sintetizar, hagamos una tabla con cada una de los conceptos y fórmulas que necesitas para calcular las medidas de dispersión en datos agrupados:

CONCEPTO	FÓRMULA
RANGO (R)	$$R = X_{max} - X_{min}$$ Corresponde a la diferencia entre el mayor (X_{max}) y el menor (X_{min}) de los datos de la distribución.
DESVIACIÓN MEDIA ($D_{\bar{x}}$)	Para **datos agrupados** se tiene: $$D_{\bar{x}} = \frac{\lvert x_{mc1}-\bar{x}\rvert \cdot f_1 + \lvert x_{mc2}-\bar{x}\rvert \cdot f_2 + \lvert x_{mc3}-\bar{x}\rvert \cdot f_3 + \ldots + \lvert x_{mcn}-\bar{x}\rvert \cdot f_n}{n}$$ Donde x_{mci} es la marca de clase del intervalo i, $\bar{x}$ es la media aritmética de la variable, f_i es la frecuencia absoluta del intervalo i y n es el número total de datos.
VARIANZA (σ^2)	Para **datos agrupados** se tiene: $$\sigma^2 = \frac{(x_{mc1}-\bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_{mc2}-\bar{x})^2 \cdot f_2 + (x_{mc3}-\bar{x})^2 \cdot f_3 + \ldots + (x_{mcn}-\bar{x})^2 \cdot f_n}{n}$$ Donde x_{mci} es la marca de clase del intervalo i, $\bar{x}$ es la media aritmética de la variable, f_i es la frecuencia absoluta del intervalo i y n es el número total de datos.
DESVIACIÓN ESTANDAR (σ)	$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$ Se obtiene extrayendo la raíz cuadrada de la varianza. Se expresa en la misma unidad que la variable, por lo que nos puede dar una idea más cercana de lo disperso que es el conjunto.

2) La cantidad de cheques cobrados diariamente en todas las sucursales de un banco el mes anterior se registran en la siguiente tabla:

Cantidad de cheques	Frecuencia
[0, 200[	12
[200, 400[	15
[400, 600[	20
[600, 800[	45
[800, 1000]	21



¿Deberá preocuparse el jefe de operaciones del banco por la cantidad de empleados que se necesitará el mes siguiente?, ¿qué decidirá?

Solución:

El enunciado del problema nos da como dato que, el valor obtenido de la desviación estándar nos servirá para determinar si dicho resultado ocasionará problemas de organización y logística en las sucursales.

Para calcular la desviación estándar necesitamos la varianza y para calcular la varianza necesitamos el promedio o media aritmética de los datos que en este caso están agrupados en intervalos.

⇨ Comenzamos por calcular la **media aritmética** de los datos agrupados, construyendo una tabla en la que se agregan dos columnas más: marca de clase (X_{mc}) y producto entre X_{mc} y su correspondiente frecuencia absoluta **f**, como se muestra en la Tabla:

Cantidad de cheques	Marca de clase (X_{mc})	Frecuencia absoluta (f)	Marca de clase · frecuencia (X_{mc}· f)
[0; 200[	(0+200)/2= 100	12	1200
[200; 400[	(200+400)/2=300	15	4500
[400; 600[	(400+600)/2= 500	20	10000
[600; 800[	(600+800)/2= 700	45	31500
[800;1000]	(800+1000)/2= 900	21	18900
	Total:	**113**	**66100**

Luego, la **media aritmética** es:

$$\bar{x} = \frac{66100}{113} \approx \mathbf{584,96}$$

⇨ Ahora, calculamos **la Varianza (σ^2),** aplicando la siguiente fórmula:

Para **datos agrupados** se tiene:

$$\sigma^2 = \frac{(x_{mc1} - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_{mc2} - \bar{x})^2 \cdot f_2 + (x_{mc3} - \bar{x})^2 \cdot f_3 + \ldots + (x_{mcn} - \bar{x})^2 \cdot f_n}{n}$$

Donde x_{mci} es la marca de clase del intervalo i, $\bar{x}$ es la media aritmética de la variable, f_i es la frecuencia absoluta del intervalo i y n es el número total de datos.

$$\sigma^2 = \frac{(100-584{,}96)^2 \cdot 12 + (300-584{,}96)^2 \cdot 15 + (500-584{,}96)^2 \cdot 20 + (700-584{,}96)^2 \cdot 45 + (900-584{,}96)^2 \cdot 21}{113}$$

$$\sigma^2 = \frac{(-484{,}96)^2 \cdot 12 + (-284{,}96)^2 \cdot 15 + (84{,}96)^2 \cdot 20 + (115{,}04)^2 \cdot 45 + (315{,}04)^2 \cdot 21}{113}$$

$$\sigma^2 = \frac{2822234{,}42 + 1218033{,}02 + 144364{,}03 + 595539{,}07 + 2084254{,}23}{113}$$

$$\boldsymbol{\sigma^2 = \frac{6864424,76}{113} = 60747,12}$$

⇨ Finalmente, calculamos la **desviación estándar (σ)**

$$\boldsymbol{\sigma = \sqrt{60747,12} \approx 246,46 \approx 246\ \textit{cheques}}$$

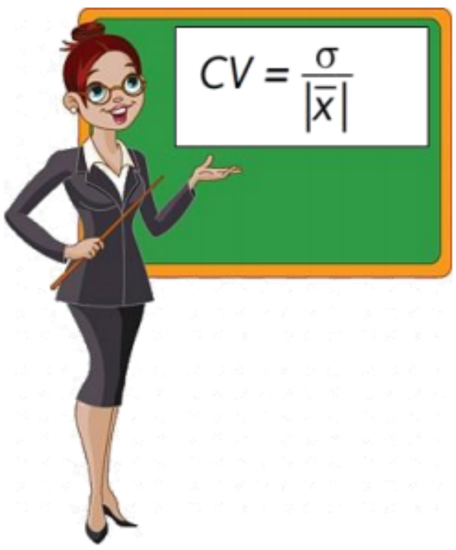
Como la desviación estándar es superior a 200 cheques diarios, entonces habrá problemas de organización y logística en las sucursales.

3) ¿CÓMO PODRÍAMOS COMPARAR DOS O MÁS CONJUNTOS DE DATOS?

Si se desea comparar dos o más conjuntos de datos, se pueden utilizar medidas de tendencia central, como el promedio y la mediana; medidas de dispersión, como el rango, varianza, desviación estándar; y medidas de posición, como los cuartiles. Así podemos juzgar cuál de ellos tiene un promedio más representativo, es decir, aquel conjunto cuyos valores son más cercanos al promedio.

4) ¿QUÉ ES EL COEFICIENTE DE VARIACIÓN?

El coeficiente de variación (CV) permite realizar comparaciones entre conjuntos con respecto a la dispersión de sus datos, e incluso entre variables que se miden con diferentes unidades de medida. Matemáticamente, corresponde al cociente entre la desviación estándar y la media aritmética. Esto es:



Para expresar el CV en porcentaje, basta con multiplicar el cociente obtenido por 100.

- Mientras **menor** sea el coeficiente de variación, el conjunto es más **homogéneo** (los datos son más parecidos entre sí).

- Mientras **mayor** sea el coeficiente de variación, el conjunto es más **heterogéneo** (los datos se diferencian más entre sí).

A continuación, te presento una serie de actividades que te permitirán aplicar lo aprendido.

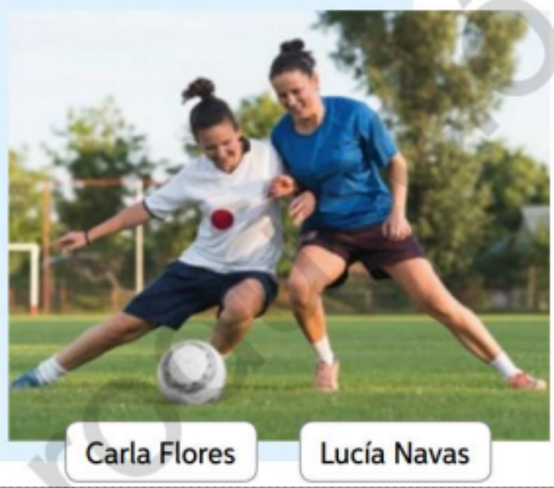
OBSERVA Y ANALIZA EL SIGUIENTE PROBLEMA Y RESPONDE LAS PREGUNTAS QUE SE TE PROPONEN AL FINAL DEL MISMO:

Un equipo de fútbol femenino necesita una delantera, para lo cual tiene dos candidatas. En los últimos 10 partidos del campeonato, las delanteras registraron las siguientes cantidades de goles:

Navas: 1, 0, 3, 0, 4, 1, 0, 0, 0, 3

Flores: 1, 1, 2, 0, 1, 1, 2, 1, 1, 2

La DT observa que ambas marcaron 12 goles en 10 partidos, con un promedio de 1,2 goles por partido. Entonces decide usar otros indicadores.



a) Analiza el procedimiento utilizado por la DT del equipo.

- Calcula el rango de goles marcados por ambas jugadoras:

$R_{Navas} = 4 - 0 = 4$ $\qquad$ $R_{Flores} = 2 - 0 = 2$

El mayor rango que presenta Navas puede indicar que en algunos partidos anota muchos goles, pero en otros no anota, mientras que los de Flores están más repartidos.

- **Calcula la varianza y la desviación estándar:**

Varianza	$\sigma^2_{Navas} = 2,16$	$\sigma^2_{Flores} = 0,36$
Desviación estándar	$\sigma_{Navas} \approx 1,47$	$\sigma_{Flores} = 0,6$

Estos indicadores confirman que los goles de Flores presentan menor dispersión, lo que se refleja en que cada partido marca una cantidad de goles similar, lo que no ocurre con Navas.

Y si comparamos a las dos futbolistas anteriores con una tercera, analizando el comportamiento de cada una:

Nombre futbolista	Medidas de dispersión		
	Desviación media	Varianza	Desviación estándar
Navas	1,54	2,16	2,16
Flores	0,63	0,36	0,36
Aguilera	0,73	0,56	0,56

Ahora que hay una nueva futbolista y estos son sus datos ¿Debería cambiar el entrenador de respuesta?

Esto va a depender de lo que se requiera en cada partido, se puede decir que Flores es una jugadora homogénea, lo mismo se puede decir de Aguilera, pero quedaría segunda en el Ranking.

• Notar que las tres jugadoras son de alto rendimiento y que muchas veces esto que decimos requiere de un número especial que se llama COEFICIENTE DE VARIACIÓN:

$$CV = \frac{\sigma}{|\bar{x}|}$$

$\sigma \longrightarrow$ Desviación estándar

$|\bar{x}| \longrightarrow$ Valor absoluto del promedio

Si las tres futbolistas tienen el mismo promedio en rendimiento en la cantidad de goles

Calculemos el COEFICIENTE DE VARIACIÓN en los tres casos:

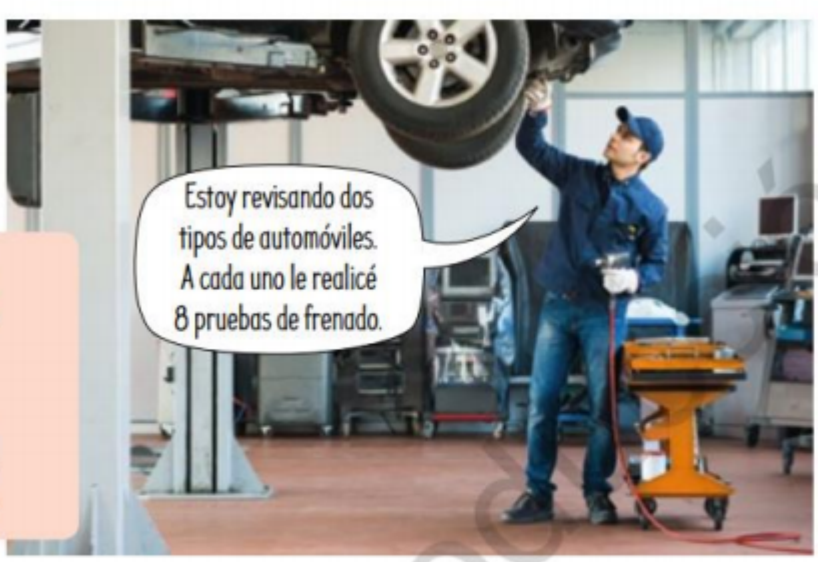
Nombre futbolistas	Promedio	Desviación estándar	Coeficiente de variación
Navas	1,2	1,47	$\frac{\sigma}{\lvert\bar{x}\rvert} = \frac{1,47}{1,2} = 1,225$
Flores	1,2	0,6	$\frac{\sigma}{\lvert\bar{x}\rvert} = \frac{0,6}{1,2} = 05$
Aguilera	1,2	0,74	$\frac{\sigma}{\lvert\bar{x}\rvert} = \frac{0,74}{1,2} \cong 0,62$

Con estos valores se puede hacer el Ranking del rendimiento de las jugadoras en 10 partidos de fútbol, con toda seguridad podemos decir que Flores y Aguilera son jugadoras homogéneas.

Ahora te presentamos unas actividades para que puedas practicar para la actividad en el formulario classroom.

Industria automotriz

1. Analiza la siguiente situación. Luego, responde.



- Tiempo (en segundos) que demora en frenar el auto A.
  12, 9, 8, 9, 10, 11, 9, 7
- Tiempo (en segundos) que demora en frenar el auto B.
  11, 8, 7, 10, 10, 10, 8, 10

a. ¿Cuál es el rango y la desviación media para cada tipo de automóvil?

b. ¿Cuál es la varianza y la desviación estándar para cada tipo de automóvil?

c. ¿En cuál de los dos conjuntos de datos los valores se acercan más a la media?

d. Si una persona quiere comprar, entre estos automóviles, el que brinde mayor seguridad, ¿qué decisión debería tomar? Explica.

Respuestas:

1.

a. Auto A: $R = 5$ s y $D_{\bar{X}} = 1{,}22$ s. Auto B: $R = 4$ s y $D_{\bar{X}} = 1{,}19$ s.

b. Auto A: $\sigma^2 = 2{,}23\ s^2$ y $\sigma = 1{,}5$ s. Auto B: $\sigma^2 = 1{,}69\ s^2$ y $\sigma = 1{,}3$ s.

c. En el auto B, ya que su desviación estándar es menor.

d. Debería comprar el auto B. Como tiene datos más homogéneos, es menos probable encontrar un auto con mucho tiempo de frenado.

Parte II:

En esta ocasión, te invito a realizar **una nueva actividad evaluada,** esta vez a través de la plataforma educativa **CLASSROOM**. Dicha evaluación, estará disponible desde el **miércoles 14 de octubre a partir de las 14:00 horas hasta las 23:00 horas del día viernes 16 de octubre** y los contenidos que se trabajarán son:

- Medidas de dispersión (datos agrupados y datos sin agrupar).

Esta quinta evaluación, corresponde a la segunda evaluación en un formulario que contiene 7 preguntas de opción múltiple y el valor asignado a cada pregunta es de 2 puntos.

Para ingresar a dicha evaluación debes tomar en cuenta lo siguiente:

- Es importante que tengas tu correo electrónico institucional activado, para que puedas aceptar las invitaciones de las clases y así poder formar parte de las asignaturas del CLASSROOM.
- Cuando ingreses a CLASSROOM, busca la asignatura "Matemática", luego haces clic sobre la pestaña "Trabajo en clase" y ahí podrás ver publicada la evaluación con todas las instrucciones necesarias para su realización.

Si tienes alguna duda al respecto, escríbenos por CLASSROOM o por correo electrónico y con gusto te ayudaremos.

Estimados alumnos, les recordamos que nuestra PRÓXIMA CLASE ONLINE SE EFECTUARÁ EL MARTES 13 DE OCTUBRE PARA IV°A Y IV° B Y EL DÍA MIERCOLES 14 DE OCTUBRE PARA IV° C, A TRAVÉS DE LA PLATAFORMA GOOGLE MEET.

CURSO: IV° A **Nombre de profesora:** Loreto Contreras **Día:** martes 13 de octubre. **Hora:** 10:00 – 10:45 am	**CURSO: IV° B** **Nombre de profesora:** Loreto Contreras **Día:** martes 13 de octubre **Hora:** 11:00 am – 11:45 am	**CURSO: IV° C** **Nombre de profesora:** Carol Soto **Día:** miércoles 14 de octubre **Hora:** 11:30 am- 12:30 pm	

¡Cuídate mucho!