COLEGIO SAN CARLOS DE QUILICURA
MATEMÁTICA/SEGUNDO MEDIO
J. VELÁSQUEZ/C. SOTO/2020
SESIÓN 2 (45 MIN)

Guía de Trabajo N° 25 Matemática

(Del 13 al 16 de octubre)

Nombre	Curso	Fecha
	IIº	__ / 10/ 2020

OA3: Mostrar que comprenden la función cuadrática f(x)= $ax^2 + bx + c$ ($a > 0$): -Reconociendo la función cuadrática $f(x) = ax^2$ en situaciones de la vida diaria y otras asignaturas. -Representándola en tablas y gráficos de manera manual y/o con software educativo. -Determinando puntos especiales de su gráfica. -Seleccionándola como modelo de situaciones de cambio cuadrático de otras asignaturas, en particular de la oferta y demanda.

CONTENIDOS QUE SE TRABAJARÁN EN ESTA GUÍA

UNIDAD II: ÁLGEBRA Y FUNCIONES

Tema 1: ¿Cuándo se dice que una función es cuadrática?

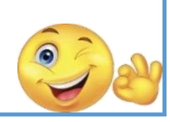
INSTRUCCIONES

- El tiempo estimado para el desarrollo de la guía será de 90 minutos. Puedes realizarla en dos sesiones de 45 minutos.
- Los materiales que necesitaras para el desarrollo de la guía serán: cuaderno de la asignatura, lápiz mina, lápiz pasta, calculadora, goma, saca puntas y una regla.
- El desarrollo de los ejercicios escríbelo con lápiz mina y la respuesta final escríbela con lápiz pasta.
- En la Guía de Trabajo N° 26 se anexará la retroalimentación de esta guía.

¡Hola! Un gusto saludarte de nuevo, deseando que te encuentres muy bien junto a tus familiares y seres queridos.

En esta guía aprenderás a reconocer una función cuadrática en situaciones de la vida diaria, para distinguir una función cuadrática de las funciones lineales y afines, tanto de forma gráfica como algebraica. Además, conocerás algunas características de la función cuadrática y la relación que tienen con las ecuaciones cuadráticas.

¡ÁNIMO Y MUCHOS ÉXITOS!

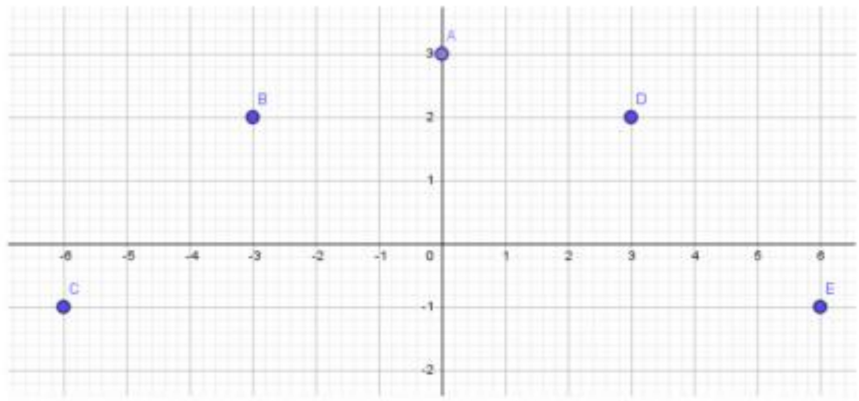


1. La función cuadrática en la vida diaria

En la clase anterior recordamos los tipos de funciones como la lineal y la afín, ¿existen otros tipos de funciones? Veamos la siguiente imagen para averiguarlo.

En la imagen se puede ver el puente Lupu de Shanghai. De acuerdo a su estructura ¿podemos afirmar que es simétrica? La respuestas es sí, ya que podemos trazar un eje se simetría, además podemos ver que el punto más alto del puente pertenece al eje de simetría. Si imaginamos que la curvatura del puente continuase la forma se mantendría igual solo que debajo del agua.

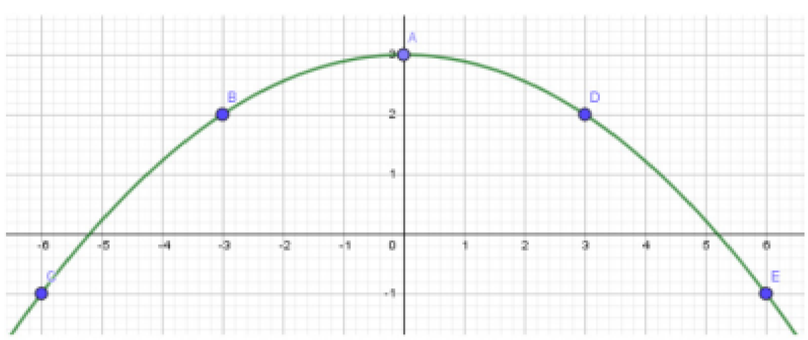
Si relacionamos la línea horizontal del puente por donde pasan los vehículos con el eje X, se pueden ubicar algunos puntos que representen los del puente para identificar cual es la función asociada a la curva de la imagen.



De acuerdo a los puntos seleccionados, escribamos las coordenadas en la tabla, para poder asociar los valores de **x** e **y**, verificar si pertenecen a la función asociada a la gráfica $\boldsymbol{f(x) = -\frac{1}{9}x^2 + 3}$

x	y	$f(x)$
0	3	$f(0) = -\frac{1}{9} \cdot 0^2 + 3 \Rightarrow f(0) = 0 + 3 \Rightarrow f(0) = 3$
−3	2	$f(-3) = -\frac{1}{9} \cdot (-3)^2 + 3 \Rightarrow f(-3) = -1 + 3 \Rightarrow f(-3) = 2$
−6	−1	$f(-6) = -\frac{1}{9} \cdot (-6)^2 + 3 \Rightarrow f(-6) = -4 + 3 \Rightarrow f(-6) = -1$
3	2	$f(3) = -\frac{1}{9} \cdot (3)^2 + 3 \Rightarrow f(3) = -1 + 3 \Rightarrow f(3) = 2$
6	−1	$f(6) = -\frac{1}{9} \cdot (6)^2 + 3 \Rightarrow f(6) = -4 + 3 \Rightarrow f(6) = -1$

De acuerdo a los valores de las coordenadas, podemos afirmar que todos los puntos pertenecen a la función $\boldsymbol{f(x) = -\frac{1}{9}x^2 + 3}$ y se pueden relacionar con todos ellos. Si unimos los puntos en la gráfica nos queda:



Si nos damos cuenta no es una recta como la función lineal o afín que habíamos visto en años anteriores, si no que una curva que llamaremos **parábola**, cuyas puntas o ramas se abren hacia abajo. Las parábolas son las representaciones gráficas de las funciones del tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, con a,b y c reales y $a \neq 0$. Podemos distinguir el término cuadrático ax^2, lineal bx e independiente c. Este tipo de funciones se llaman cuadráticas o de grado 2.

Por último podemos decir que en nuestra gráfica el punto más alto del puente en el contexto de la función $f(x)$ y que pasa por el eje de simetría se llama **Vértice de la parábola.**

Actividad 1
Utiliza el ejemplo anterior para el desarrollo del **Taller** de la página 124 y 125 del Texto del Estudiante.

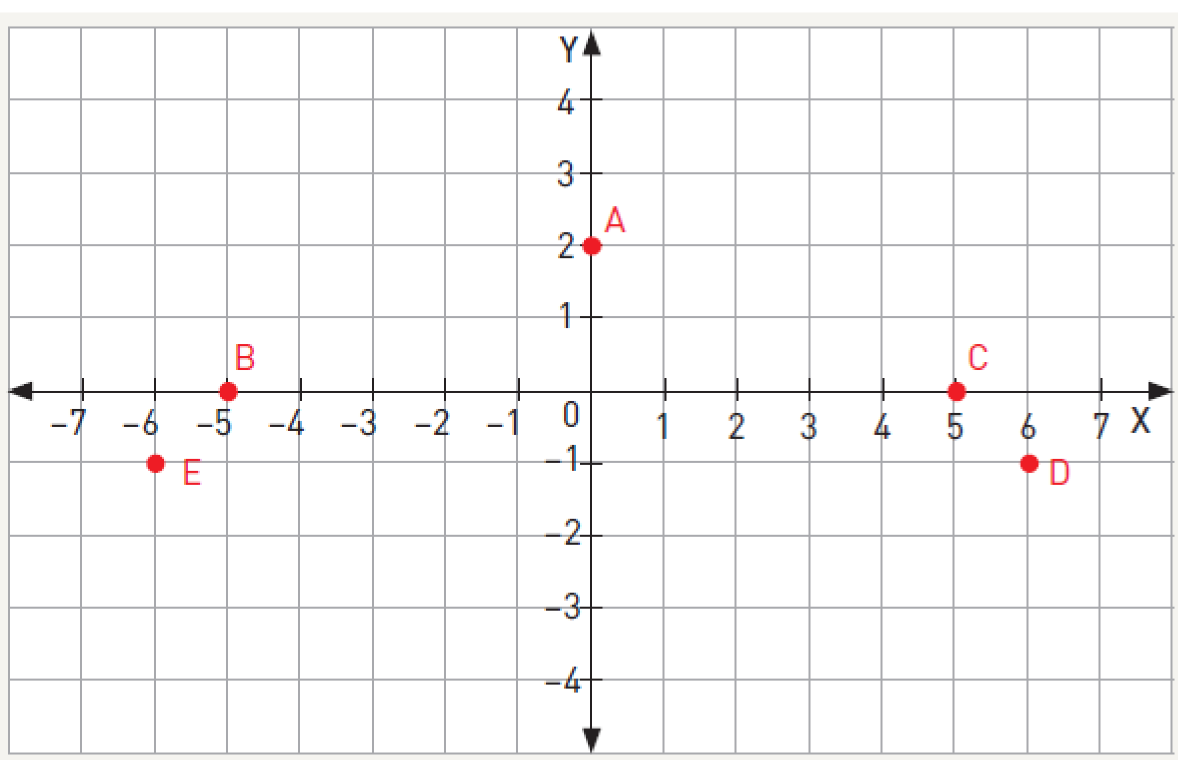
Taller

En la imagen, se puede ver el puente de la bahía de Sídney, en Australia, visto desde el mar. Observen la fotografía y respondan.

224111326 Tooykrub

1. ¿Es simétrica la estructura? Si es así, tracen en la imagen el eje de simetría.
2. ¿Cuál es el punto más alto del puente?, ¿este punto pertenece al eje de simetría?
3. Si la curva del puente pudiera proyectarse bajo el mar, ¿cómo creen que continuaría? Expliquen.

Si se relaciona la línea horizontal del puente, donde transitan los vehículos, con el eje X, se pueden ubicar algunos puntos que representen los del puente para identificar cuál es la función asociada a la curva de la imagen.



4 Escriban las coordenadas de los puntos anteriores en la tabla. Luego, verifiquen que son puntos de la gráfica de la función $f(x) = -\frac{2}{25}x^2 + 2$.

x	y	$f(x)$

5 Esbocen la gráfica de la función en el gráfico anterior. ¿Cómo podrían describir esta curva?

6 ¿Con cuáles puntos de la gráfica se puede relacionar la ecuación $-\frac{2}{25}x^2 + 2 = 0$? Justifiquen.

7 ¿Cómo se puede interpretar el punto más alto del puente en el contexto de la función $f(x)$? Expliquen.

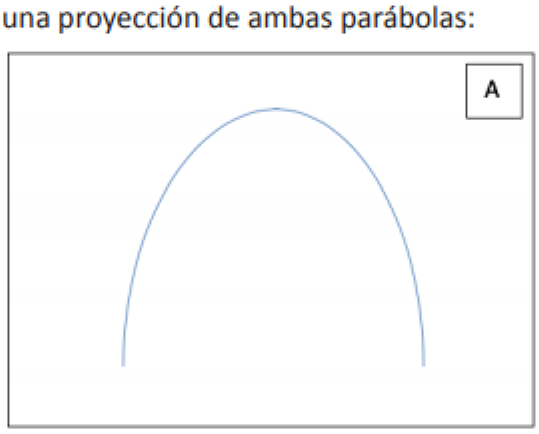
2. Características de la función cuadrática

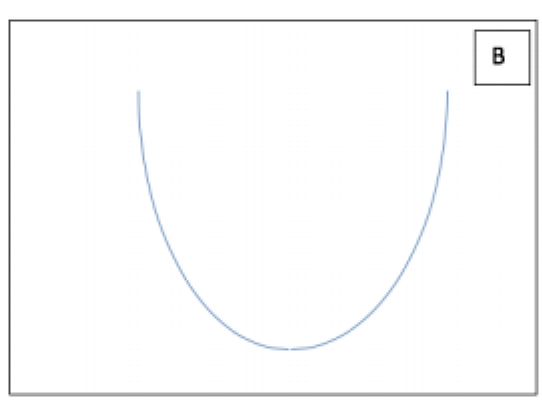
Anteriormente vimos que existen otros tipos de funciones como las de segundo grado, las que se definen como aquellas de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a,b y c son números reales y $a \neq 0$. Además vimos que la gráfica de la función cuadrática es una curva en el plano que se llama parábola. Veamos las siguientes imágenes

A

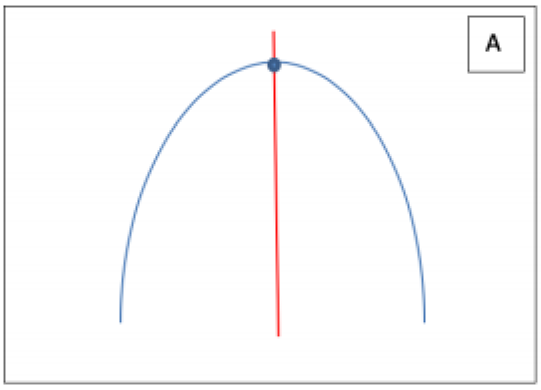
B

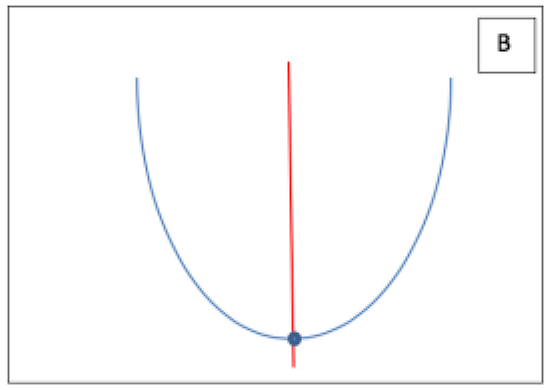
Si nos fijamos en las fotos tenemos la catedral de la ciudad de Chillan y una antena parabólica satelital, en ambos casos podemos ver curvas, pero tenemos una diferencia. Vamos a hacer una proyección de ambas parábolas:





Al ver la proyección de las curvas nos damos cuenta que tienen distinto sentido, es decir, la primera se abre hacia abajo y la segunda se abre hacia arriba, a esta característica de las parábolas lo llamaremos **Concavidad**, en el caso A diremos que tiene concavidad negativa o que es cóncava hacia abajo y el caso B concavidad positiva o cóncava hacia arriba.

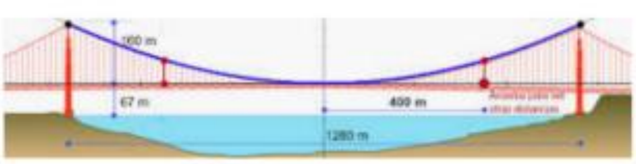




Si en ambos casos trazamos el eje de simetría como se ve en las imágenes, podemos identificar un punto en donde se corta la curva y el eje, a este punto lo llamaremos vértice de la parábola y nos indica donde la curva cambia de crecimiento. En el caso A el **vértice** es el punto más alto en donde la parábola llega y se denomina **máximo**, en el caso b el **vértice** es el punto más bajo y se denomina **mínimo.**

Cabe recalcar que solo en las parábolas convexas o con concavidad hacia abajo (con $a < 0$) tiene un **máximo** y en las cóncavas o con concavidad hacia arriba (con $a > 0$) tiene un **mínimo.**

Actividad 2 :
De acuerdo a la información anterior, determine en las siguientes imágenes si dichas parábolas son cóncavas hacia arriba o hacia abajo y además si tiene un mínimo o máximo.



Parábola: corresponde a la gráfica de una función cuadrática.
Se dice que una parábola es **cóncava** (o también cóncava hacia arriba) si se abre hacia arriba y que es **convexa** (o también cóncava hacia abajo) cuando se abre hacia abajo.
El **vértice** de una parábola es el punto donde la parábola cruza su eje de simetría.

3. ¿Qué relación tiene una función cuadrática con una ecuación de segundo grado?

Los puntos en donde la gráfica de la función cuadrática corta al eje X está dado por las soluciones de una ecuación cuadrática, es decir, en una función de segundo grado podemos igualarla a cero y obtener los valores en donde de las ramas de la parábola intersecta al eje de las abscisas.

Veamos un ejemplo:

Sea $f(x) = x^2 - 2x - 3$ una ecuación cuadrática, si igualamos a cero tenemos:

$x^2 - 2x - 3 = 0$, podemos factorizar como producto de binomios con término común

$(x - 3)\cdot(x + 1) = 0$, despejando ambas nos queda

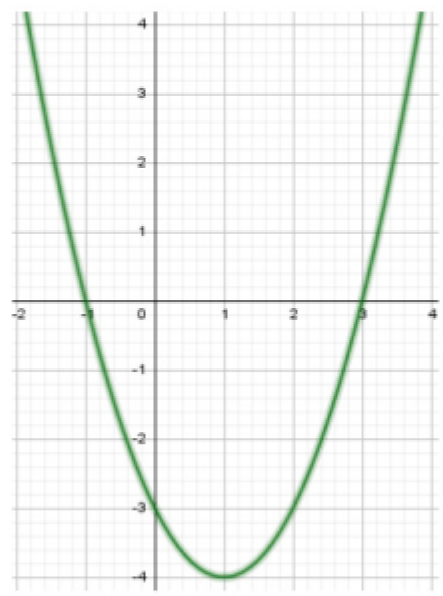
$x_1 - 3 = 0$ y $x_2 + 1 = 0$

$x_1 = 3$ y $x_2 = -1$

Estas soluciones nos indican que en la coordenada (3,0)y (–1,0) las ramas de nuestra parábolas cortan o intersectan al eje X.

Dos soluciones = dos intersecciones
Una solución = una intersección
Ninguna solución = no hay intersección

NOTA: Las soluciones de la ecuación cuadrática nos dan indicios de dónde nuestra parábola corta al eje X. No olvidar que hay ecuaciones en donde podemos encontrar dos soluciones, una solución o ninguna. Esto está dado por el valor del discriminante y asociado a las intersecciones de la parábola con el eje X.



Actividad 3:
Utilice el ejemplo anterior para el desarrollo de la **actividad de proceso** de la página 126 del Texto del Estudiante.

1. Las siguientes construcciones presentan formas parabólicas.

¿Qué características posee cada una de estas parábolas?

a. Realiza un bosquejo de la parábola presente en ambas situaciones.

b. Determina si cada parábola es **cóncava** o **convexa**.

A: ______________________ B: ______________________

c. En cada caso, traza el eje de simetría de la parábola y marca el punto de intersección entre el eje de simetría y la parábola. Dicho punto se conoce como **vértice** de la parábola.

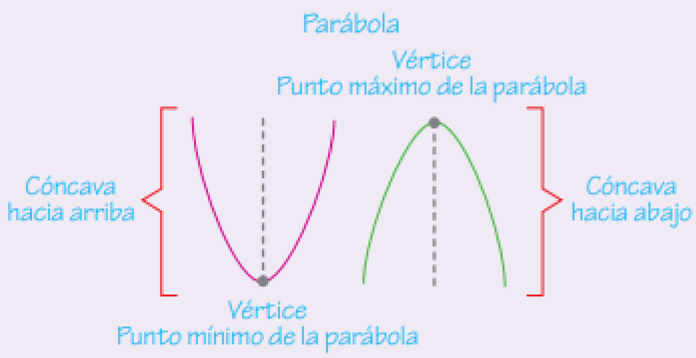
d. Luego, determina si el vértice de la parábola es un punto mínimo o máximo según su posición.

En A el vértice es un punto ______________________________ y en B es un punto ______________________________.

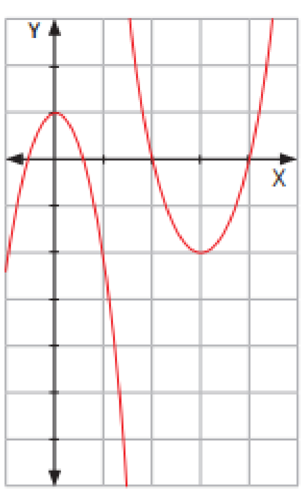
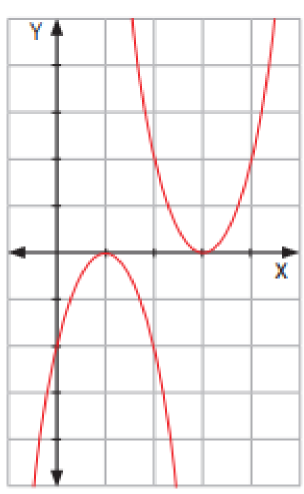
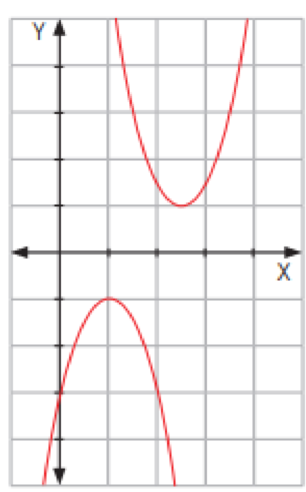
En resumen

- Se dice que una función es **cuadrática** cuando se puede escribir de la forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a, b, c \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$

  Se puede distinguir el término cuadrático ax^2, el término lineal bx y el término independiente c.
- La gráfica en el plano cartesiano de una función cuadrática es una **parábola**, curva simétrica que se observa en la figura. Una parábola se dice cóncava hacia arriba si la curva se abre hacia arriba y cóncava hacia abajo si se abre hacia abajo.
- Toda parábola posee un punto máximo o mínimo llamado **vértice**, por donde pasa el eje de simetría de la parábola. Este punto será máximo cuando la parábola es cóncava hacia abajo y mínimo cuando es cóncava hacia arriba.



- Los puntos en que la gráfica de una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ intersecan el eje X se asocian a las soluciones de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, y se cumple que:

Si la parábola interseca en dos puntos el eje X, la ecuación tiene dos soluciones en los números reales.	Si la parábola interseca en un solo punto el eje X, la ecuación tiene una solución en los números reales.	Si la parábola no interseca el eje X, la ecuación no tiene solución en los números reales.
		

NUESTRA CLASE ONLINE N° 15 SE EFECTUARÁ EL PRÓXIMO JUEVES 15 DE OCTUBRE A TRAVÉS DE LA PLATAFORMA GOOGLE MEET, ASÍ QUE DEBES BUSCAR EL LINK PARA UNIRTE A LA CLASE EN TU CALENDARIO.

CURSO: II° A **Nombre del profesor:** Carol Soto **Día:** Jueves 15 de octubre **Hora:** 3:00 pm – 3:45 pm	**CURSO: II° B** **Nombre del profesor:** Josimar Velásquez **Día:** Jueves 15 de octubre **Hora:** 12:00 pm – 12:45 pm	**CURSO: II° C** **Nombre del profesor:** Josimar Velásquez **Día:** Jueves 15 de octubre **Hora:** 11:00 am – 11:45 am	

¡TE ESPERAMOS!
CUÍDATE MUCHO