SOLUCIONARIO GUÍA DE TRABAJO N°19

SEMANA DESDE EL 24 AL 28 DE AGOSTO

EVALUACIÓN N°1 (REALIZADA POR PUNTAJE NACIONAL)

1.- ¿En cuál de las siguientes opciones se encuentra la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-5, 0)$ y $(3, -1)$?

DEMRE / Universidad de Chile (2020). Modelo de Prueba de Matemática.

A) $y = -\frac{x}{8} - \frac{5}{8}$

B) $y = \frac{x}{8} + \frac{5}{8}$

C) $y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$

D) $y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$

E) $y = -\frac{x}{8} + \frac{5}{8}$

SOLUCIÓN:

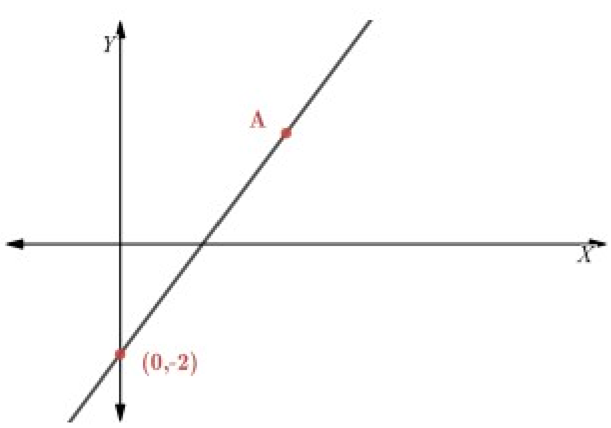
$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{-1-0}{3+5}(x+5)$$

$$y = -\frac{1}{8}(x+5)$$

$$y = -\frac{x}{8} - \frac{5}{8}$$

2.- La ecuación de la recta de la figura se puede determinar si:



(1) las coordenadas del punto A son $(3, 2)$.

(2) la recta corta al eje x en $(1, 0)$.

A) (1) por sí sola

B) (2) por sí sola

C) Ambas juntas (1) y (2)

D) Cada una por sí sola (1) ó (2)

E) Se requiere información adicional

SOLUCIÓN

Se conoce un punto, el $(0, -2)$, luego se necesita otro punto para conocer la ecuación de la recta.

(1) A $= (3, 2)$ nos sirve, puesto que podemos usar la fórmula para encontrar la ecuación de la recta que pasa por 2 puntos.

(2) Pasa por $(1, 0)$ también nos sirve, puesto que podemos hacer lo mismo que en (1).

Por lo tanto, nos sirve cada afirmación por sí sola.

3.- José quiere saber la pendiente de la recta que pasa por los puntos P = (-5, 3) y Q = ($\frac{1}{2}$, -7). Para ello, José ocupa la fórmula que su profesor le enseñó, y sus cálculos son los siguientes:

$$\text{Paso 0: m} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$\text{Paso 1: m} = \frac{-7-3}{\frac{1}{2} - (-5)}$$
$$\text{Paso 2: m} = -\frac{10}{\frac{1}{2} + 5}$$
$$\text{Paso 3: m} = -\frac{10}{\frac{1}{2} + \frac{5}{2}}$$
$$\text{Paso 4: m} = \frac{-10}{\frac{6}{2}}$$
$$\text{Paso 5: m} = \frac{-10}{3}$$

Al mostrarle su respuesta al profesor, este le dijo que había un error y que el valor correcto de la pendiente es m $= \frac{-20}{11}$. ¿En qué paso José cometió un error?

A) Paso 1

B) Paso 2

C) Paso 3

D) Paso 4

E) Paso 5

SOLUCIÓN

El error cometido por José está en el paso 3, ya que al querer escribir el número 5 como fracción no se iguala de manera correcta el denominador, en este caso, si se quiere escribir el número 5 como fracción, el procedimiento correcto es:

$$5 = \frac{5}{1} = \frac{10}{2}$$

4.- ¿ Cuál es el perímetro de un triángulo cuyos vértices tienen coordenadas A (1 , 4) , B (1 , 7) y C (4 , 4)?

A) $3 + \sqrt{2}$

B) $3\sqrt{2}$

C) 6

D) $6 + 3\sqrt{2}$

E) $9 + 3\sqrt{2}$

SOLUCIÓN

Los lados del triángulo $\triangle ABC$ miden:

- $\overline{AB} = \sqrt{(1-1)^2 + (4-7)^2} = \sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$
- $\overline{BC} = \sqrt{(1-4)^2 + (7-4)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$
- $\overline{CA} = \sqrt{(4-1)^2 + (4-4)^2} = \sqrt{(3)^2} = \sqrt{9} = 3$

Luego el perímetro del triángulo $\triangle ABC$ es:

$$\text{Perímetro}_{\triangle ABC} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 3 + \sqrt{18} + 3 = 6 + \sqrt{18} = 6 + 3\sqrt{2}$$

5.- El punto medio entre los puntos A(x,2) y B(3,2y) es M(0,4). ¿Cuál es el valor de x + y?

A) -3

B) -2

C) 0

D) 3

E) 6

SOLUCIÓN

El punto medio entre los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) esta dado por:

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Reemplazamos en (1) los datos del enunciado:

$$(0,4) = \left(\frac{x+3}{2}, \frac{2+2y}{2}\right) \Longrightarrow x = -3ey = 3$$

Finalmente, $x + y = -3 + 3 = 0$.

6.- Para que la recta de ecuación: 3kx + y – 10 = 0 tenga una pendiente 6, el valor de k debe ser :

A) 2

B) –2

C) 3

D) –3

E) 6

SOLUCIÓN

Reordenando la ecuación obtenemos:

$$3kx + y - 10 = 0$$

$$\Rightarrow y = -3kx + 10$$

Luego, la pendiente corresponde a:

$$m = -3k$$

$$\Rightarrow 6 = -3k$$

$$\Rightarrow k = -\frac{6}{3} = -2$$

7.- ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

I. Si dos rectas se intersectan en un solo punto, entonces tienen igual pendiente.

II. Si dos rectas son perpendiculares, entonces la multiplicación de sus pendientes es 1.

III. Si el coeficiente de posición de una ecuación lineal es 0, entonces esta pasa por el origen.

A) Solo I

B) Solo II

C) Solo III

D) Solo I y III

E) Solo II y III

SOLUCIÓN

Analicemos cada una de las afirmaciones:

I.

Si dos rectas se intersectan en un solo punto, sus pendientes deben ser distintas, por lo que I. es falsa.

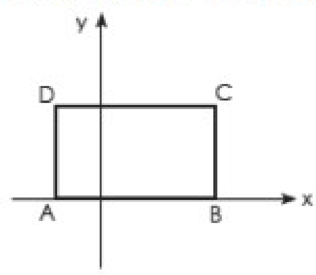
II.

La II. también es falsa, ya que si dos rectas son perpendiculares, la multiplicación de sus pendientes es $--1$.

III.

La III. será verdadera, ya que el coeficiente de posición indica el corte con el eje y, y si este es 0, entonces la ecuación será de la forma $y = mx$, por lo que si $x = 0$, $y = 0$, pasando así por el origen.

8.- En el gráfico de la figura adjunta, ABCD es un rectángulo en que sus vértices A, B, C y D tienen por coordenadas (–2 , 0) , (6 , 0) , (6 , 4) y (–2 , 4), respectivamente. ¿ Cuál es el valor de la pendiente de la diagonal $\overline{AC}$?



A) 0,5

B) 1

C) 2

D) –2

E) –0,5

SOLUCIÓN

Usamos la fórmula de la pendiente si tenemos dos puntos:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 0}{6 - (-2)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0,5$$

9.- ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde a la recta que pasa por los puntos $(-2, 0)$ y $(0, 3)$?

(Sacado de DEMRE)

A) $y = \frac{3}{2}x + 3$

B) $y = -\frac{3}{2}x + 3$

C) $y = -\frac{2}{3}x - 2$

D) $y = \frac{3}{2}x - 3$

E) $y = \frac{2}{3}x + 3$

SOLUCIÓN

Para resolver el ítem se debe determinar la ecuación de la recta que pasa por los puntos dados en el enunciado, escribiéndola de la forma $y = mx + n$.

Recuerde que:

una ecuación de la recta que pasa por los puntos $P(a, b)$ y $Q(c, d)$ está dada por $(y-d) = \frac{d-b}{c-a}(x-c)$.

Así, una ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-2, 0)$ y $(0, 3)$ es:

$$y - 3 = \frac{3-0}{0-(-2)}(x-0) \Rightarrow y - 3 = \frac{3}{2}x \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 3$$

De esta manera, se tiene que la clave es A).

(Sacado de DEMRE)

10.- La pendiente de la recta de ecuación: x = 4y − 8 es :

A) $\frac{1}{4}$
B) 4
C) 1
D) 8
E) 2

SOLUCIÓN

La ecuación principal de la recta es:

$$y = mx + n$$

Donde m y n corresponden a la pendiente y al coeficiente de posición respectivamente.

Luego, reordenamos la ecuación:

$$x = 4y - 8$$

$$\Rightarrow x + 8 = 4y$$

$$\Rightarrow y = \frac{x+8}{4}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{4}x + 2$$

La pendiente es $m = \frac{1}{4}$.

SOLUCIONARIO GUÍA DE TRABAJO N°21

SEMANA DESDE EL 7 AL 11 DE SEPTIEMBRE

1)

a. $A'(-1, -3)$
b. $B'(8, 0)$
c. $C'(-9, -2)$
d. $D'(9, 2)$
e. $E'\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$
f. $F'(-4, -5)$
g. $G'(0, 15)$
h. $H'(18, 5)$
i. $I'(4, -5)$
j. $J'\left(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}\right)$
k. $K'(0, 10)$
l. $L'(2, 20)$
m. $M'(-3, 16)$
n. $N'\left(\frac{9}{2}, -3\right)$
ñ. $\tilde{N}'\left(\frac{3}{5}, 1\right)$

Guía de Trabajo N°22 Matemática

(Desde el 21 al 25 de Septiembre)

Nombre	Curso	Fecha
	IVº	/ 09 / 2020

Estimada(o) estudiante:

Los contenidos de esta guía estarán presentes en la Prueba de Admisión Transitoria (PTU) y son los siguientes:

- **Eje temático: Geometría**
  - **Unidad temática: Transformaciones isométricas**
    Descripción: - Punto y vectores en el plano cartesiano.
    - Rotación, traslación y reflexión de figuras geométricas.
  - **Unidad temática: Geometría analítica en 2D**
    Descripción: - Plano cartesiano (sistema cartesiano bidimensional 2D)

CONTENIDOS ESPECÍFICOS DE PTU
OA 13 (8° Básico): Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con software educativo, utilizando: Los vectores para la traslación. Los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión. Los puntos del plano para las rotaciones.

INSTRUCCIONES:

- El **tiempo estimado para el desarrollo de esta guía será de 100 minutos**. Debes realizarla en **tres sesiones.**
- Los materiales que necesitarás para el desarrollo de esta guía serán los siguientes: lápiz mina, lápiz pasta, goma, saca puntas, cuaderno de la asignatura e internet.
- El desarrollo de los ejercicios escríbelo con lápiz mina y la respuesta final escríbela con lápiz pasta.

Recuerda que puedes hacer todas tus consultas y requerimientos que necesites al correo institucional de tu profesora de la asignatura:

carol.soto@colegiosancarlosquilicura.cl en el siguiente horario: martes y jueves de 16:00 a 17:00 hrs.

- **En la Guía de Trabajo N° 23 se anexará la retroalimentación de esta guía**.

¡Hola! Un gusto saludarte nuevamente, espero que te encuentres muy bien junto a tus familiares y seres queridos.

PRIMERA SESIÓN: 40 MIN.

ESTIMADOS ALUMNOS, NUESTRA CLASE ONLINE N°6 SE EFECTUARÁ EL PRÓXIMO MARTES 22 DE SEPTIEMBRE A TRAVÉS DE LA PLATAFORMA GOOGLE MEET, ASÍ QUE DEBES BUSCAR EL LINK PARA UNIRTE A LA CLASE EN TU CALENDARIO.

Meet

El objetivo de esta clase es hacer una síntesis de los últimos contenidos que se han trabajado. Por lo tanto, debes ponerte al día con las guías anteriores (específicamente Guía N°21) y tener listas tus dudas, para poder aclararlas ese día.

1. **Ingresa a la clase que te corresponde. Recuerda que el horario es el siguiente:**

CURSO	HORA	PROFESORA
IV°ABC	16:00 HRS.	CAROL SOTO

SEGUNDA SESIÓN: 30 MIN.

TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS

RECUERDA:

Las **transformaciones isométricas** conservan la forma y el tamaño de las figuras. En el plano cartesiano pueden ser definidas como funciones, que relacionan cada punto de una figura origen con otro punto de la figura imagen.

La **traslación** es una transformación isométrica que se aplica respecto de un vector $\vec{v}$, denominado vector de traslación. Así, considerando el vector de traslación $\vec{v} = (v_1, v_2)$:

$$T_{\vec{v}}\left[P(x, y)\right] = P'\left(x + v_1, y + v_2\right)$$

La **rotación** es una transformación isométrica que se aplica respecto de un punto, llamado centro de rotación y según un ángulo de rotación (si es positivo se rota en sentido contrario al que giran los punteros del reloj; de ser negativo, se rota como giran dichos punteros). Así, por ejemplo:

- $R_{(0,\, 90°)}[P(x, y)] = P'(-y, x)$
- $R_{(0,\, 180°)}[P(x, y)] = P'(-x, -y)$
- $R_{(0,\, 270°)}[P(x, y)] = P'(y, -x)$
- $R_{(0,\, -90°)}[P(x, y)] = P'(y, -x)$
- $R_{(0,\, -180°)}[P(x, y)] = P'(-x, -y)$
- $R_{(0,\, -270°)}[P(x, y)] = P'(-y, x)$

La **reflexión** es una transformación isométrica que se aplica respecto de una recta, llamada eje de reflexión. Así, por ejemplo:

- $R_X[P(x, y)] = P'(x, -y)$
- $R_Y[P(x, y)] = P'(-x, y)$

TRASLACIONES

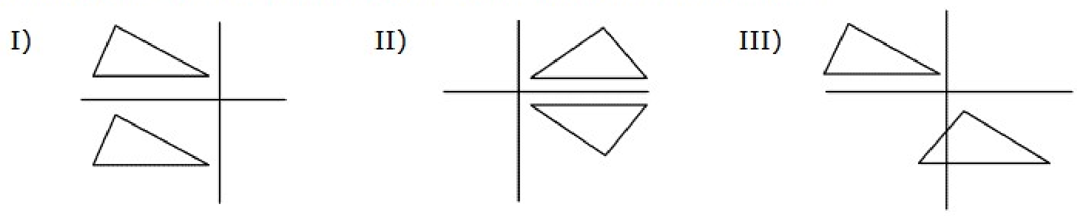
Las **traslaciones**, son aquellas isometrías que permiten desplazar en línea recta todos los puntos del plano. Este desplazamiento se realiza siguiendo una determinada **dirección, sentido y distancia**, por lo que toda traslación queda definida por lo que se llama su **"vector de traslación"**.

OBSERVACIONES

* Una figura conserva todas sus dimensiones, tanto lineales como angulares.
* Una figura jamás rota; es decir, el ángulo que forma con la horizontal no varía.
* No importa el número de traslaciones que se realicen, siempre es posible resumirlas en una única.

EJEMPLOS:

1. ¿Cuál(es) de los siguientes casos representa(n) una Traslación?



A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo I y III

2. En la figura 1, ¿cuál es el vector de traslación que se aplicó al triángulo A para obtener el triángulo B?

A) (8, - 4)
B) (8, 4)
C) (4, -10)
D) (10, 4)
E) (10, - 4)

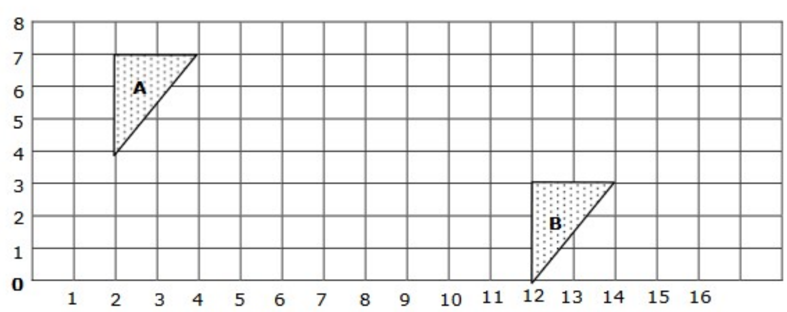


fig. 1

ROTACIONES

Las **rotaciones**, son aquellas isometrías que permiten girar todos los puntos del plano. Cada punto gira siguiendo un arco que tiene un centro y un ángulo bien determinados, por lo que toda rotación queda definida por su **centro de rotación** y por su **ángulo de giro.** Si la rotación se efectúa en sentido contrario a como giran las manecillas del reloj, se dice que la rotación es **positiva o antihoraria**; en caso contrario, se dice que la rotación es **negativa** u **horaria.**

OBSERVACIONES

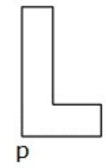
* Una rotación con centro P y ángulo de giro α, se representa por R (P, α). Si la rotación es negativa, se representa por R (P, -α).

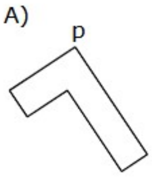
* Si rotamos el punto (x, y) con respecto al origen **0** (0, 0) en un ángulo de giro de 90º, 180º , 270º o 360º , las coordenadas de los puntos obtenidos están dados en la siguiente tabla.

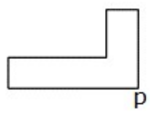
Punto Inicial	R (0, 90º)	R (0, 180º)	R (0, 270º)	R (0, 360º)
(x, y)	(-y, x)	(-x, -y)	(y , -x)	(x , y)

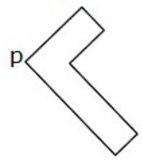
EJEMPLOS:

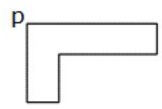
1. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa una rotación de la figura en 45º con centro p?

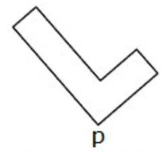


A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

2. Al aplicar una rotación de centro en el origen y ángulo de giro de 270º, en sentido antihorario, al punto A de la figura 1, se obtiene el punto A' cuyas coordenadas son

A) (2, 7)
B) (-2, -7)
C) (7, -2)
D) (7, 2)
E) (-7, -2)

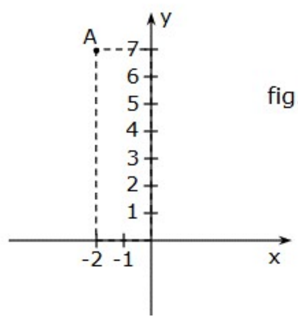


fig. 1

SIMETRÍAS O REFLEXIONES

Las **simetrías** o **reflexiones**, son aquellas transformaciones isométricas que invierten los puntos y figuras del plano. Esta reflexión puede ser respecto de un punto (**simetría central**) o respecto de una recta (**simetría axial**).

SIMETRÍA CENTRAL

Dado un punto fijo O del plano, se llama **simetría (reflexión) con respecto a O** a aquella isometría que lleva cada punto P del plano a una posición P' de modo que P' está en la recta OP, a distinto lado con respecto a O, y $\overline{OP} = \overline{OP'}$. El punto O se llama **centro de la simetría** y P, P' puntos **correspondientes u homólogos** de la simetría.

OBSERVACIONES

* Una simetría (reflexión) respecto de un punto O equivale a una **rotación** en 180º de centro O.
* Los trazos de la figura original son paralelos con los trazos homólogos de la figura transformada.
* El sentido de la figura no cambia respecto al giro de las manecillas del reloj.
* Todo punto del plano cartesiano A(x, y) tiene su simétrico A'(-x, -y) con respecto al origen O(0, 0).

EJEMPLOS:

1. Al segmento AB de la figura 1, se le aplica una simetría (reflexión) con respecto al punto P, resultando un segmento A'B', entonces las coordenadas de B' son

A) (2, 2)
B) (2, 5)
C) (5, 2)
D) (2, 3)
E) (2, -1)

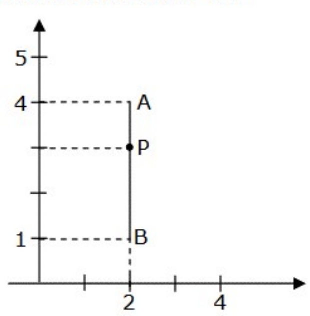
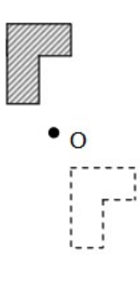
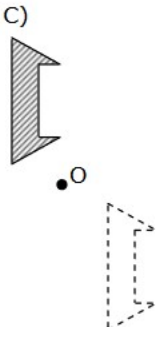


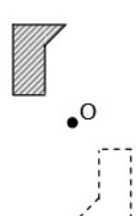
fig. 1

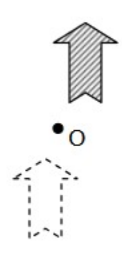
2. Mediante una **reflexión con respeto a O,** la figura sombreada se **reflejó** en la figura punteada. Esto se verifica mejor en

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

SIMETRÍAS O REFLEXIONES

SIMETRÍA AXIAL

Dada una recta fija L del plano , se llama **simetría axial con respecto a L** o **reflexión con respecto a L,** a aquella isometría tal que, si P y P´ son puntos homólogos con respecto a ella, $\overline{PP'} \perp L$ y, además, el punto medio de $\overline{PP'}$ está en **L.** La figura 1, muestra dos triángulos simétricos respecto de L.

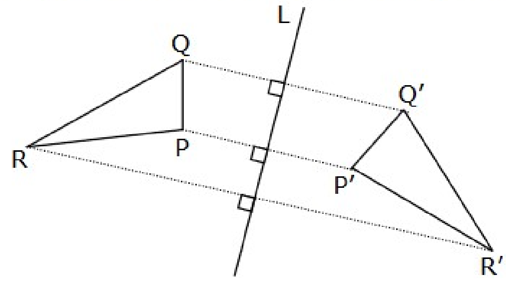


fig. 1

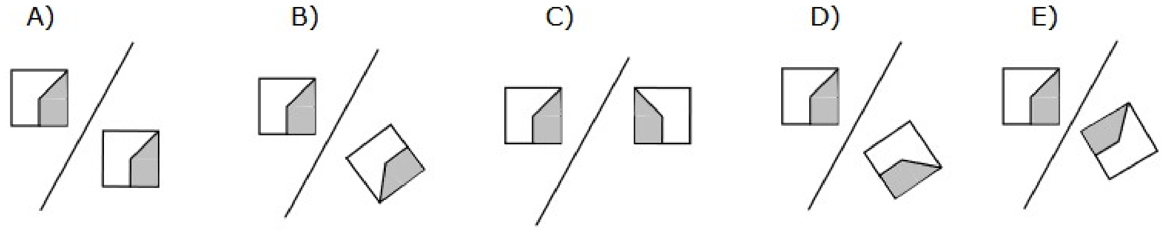
OBSERVACIONES

- En una simetría axial, las figuras cambian de sentido respecto del giro de las manecillas del reloj.
- No es posible superponer, mediante traslaciones y/o rotaciones, los triángulos congruentes PQR y P´Q´R´.
- Los puntos de la recta L permanecen invariantes ante esta reflexión.
- Todo punto del plano cartesiano A (x, y) tiene un simétrico A' (x, -y) con respecto al eje de las abscisas y un simétrico A" (-x , y) con respecto al eje de las ordenadas.

EJEMPLOS:

1. ¿En cuál de los siguientes casos se verifica mejor una **simetría axial** con respecto a L?

A) B) C) D) E)



2. Al triángulo ABC de la figura 2, se le aplica una simetría (reflexión) respecto a la recta L (L // Eje y). Entonces, las coordenadas del vértice C se transforman en

A) (-7, -2)
B) (-7, 2)
C) (-3, -2)
D) (-3, 2)
E) (3, 2)

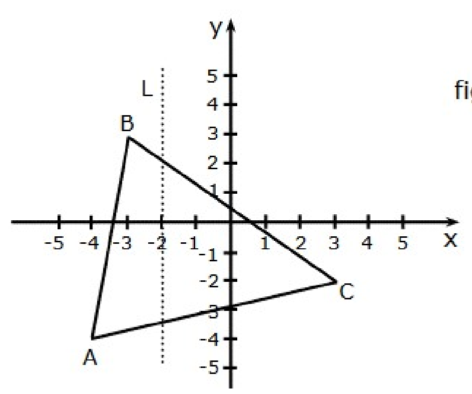


fig. 2

RESPUESTAS

- **TRASLACIONES:**
  - **1) E**
  - **2) E**
- **ROTACIONES:**
  - **1) E**
  - **2) D**

SIMETRÍAS O REFLEXIONES

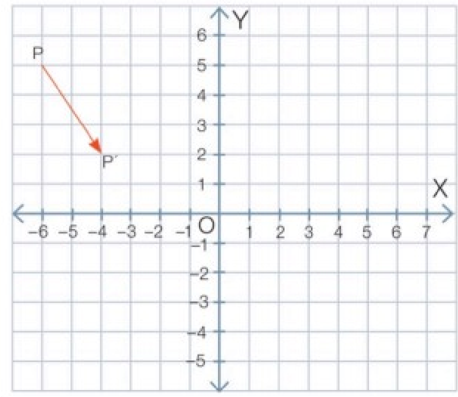
- **SIMETRÍA CENTRAL:**
  - **1) B**
  - **2) D**
- **SIMETRÍA AXIAL**
  - **1) E**
  - **2) A**

EJERCICIOS PROPUESTOS

REPASO EXTRA PARA TAREA N°2 EVALUACIÓN A TRAVÉS DE: Google Classroom

1. Ubica cada punto en el plano cartesiano y trasládalo según el vector dado. Luego, indica las coordenadas resultantes. Observa el ejemplo

P(–6, 5) según el vector $\vec{v} = (2, -3)$. P´(–4, 2)



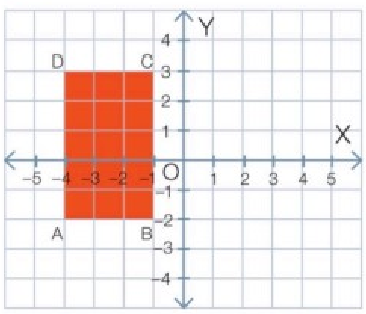
a. Q(5, –4) según el vector $\vec{h} = (-2, 3)$. Q´ (,)

b. T(3, –3) según el vector $\vec{u} = (2, -2)$. T´ (,)

c. R(–4, –5) según el vector $\vec{s} = (4, 6)$. R´ (,)

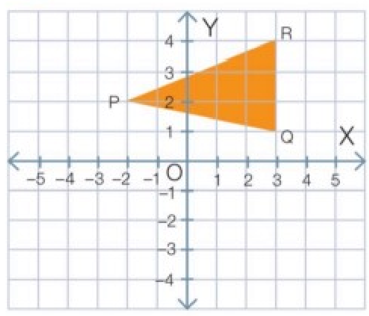
2. Aplica a cada figura una traslación según el vector indicado y escribe las coordenadas de los vértices solicitados de la figura imagen.

a. $\vec{z} = (5, 0)$



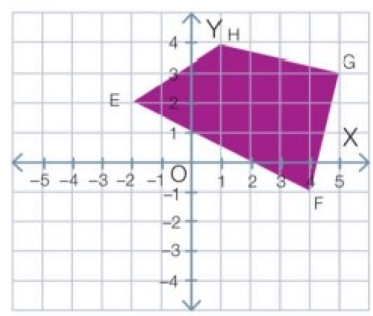
A´ (,), C´ (,)

b. $\vec{v} = (1, -3)$



P´ (,), R´ (,)

c. $\vec{d} = (-3, -3)$



E´ (,), G´ (,)

TERCERA SESIÓN: 30 MIN.

Te invito a realizar **una nueva evaluación formativa "TAREA N°2"**, a través de la plataforma educativa **CLASSROOM**. Dicha evaluación, estará disponible desde el **martes 22 de septiembre a partir de las 17:00 horas hasta las 19:00 horas del día viernes 25 de septiembre** y los contenidos que se trabajarán en ella son:

- **Eje temático: Geometría**
  - **Unidad temática: Transformaciones isométricas**
    Descripción: - Punto y vectores en el plano cartesiano.
    - Rotación, traslación y reflexión de figuras geométricas.
  - **Unidad temática: Geometría analítica en 2D**
    Descripción: - Plano cartesiano (sistema cartesiano bidimensional 2D)

Google Classroom

Esta **tercera evaluación calificada**, es un formulario que contiene 6 preguntas de opción múltiple y el valor asignado a cada pregunta es de 1 punto.

Para ingresar a dicha evaluación debes tomar en cuenta lo siguiente:

- Es importante que tengas tu correo electrónico institucional activado, para que puedas aceptar las invitaciones de las clases y así poder formar parte de las asignaturas del CLASSROOM.
- Cuando ingreses a CLASSROOM, busca la asignatura:

Funciones y Procesos Infinitos
IV-Elec-Mat 2020

Luego haces clic sobre la pestaña "Trabajo en clase" y ahí podrás ver publicada la evaluación con todas las instrucciones necesarias para su realización.
Si tienes alguna duda al respecto, escríbeme por CLASSROOM o por correo electrónico y con gusto te ayudaré.

¡MUCHO ÉXITO!