COLEGIO SAN CARLOS QUILICURA

SESIÓN PREVIA A LA GUÍA N°17: 25 MIN.

SOLUCIONARIO GUÍA DE TRABAJO N°16

SEMANA DESDE EL 3 AL 7 DE AGOSTO

Ejercicios presentes en la Actividad formativa N°2. En la cual se solicitó enviar 2 de ellos al correo institucional de la profesora.

Dada la recta L: 5 – 2y – 3x = 0, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

I) Una recta perpendicular a L tiene pendiente $\frac{2}{3}$.

II) La recta L intersecta al eje de las abscisas en el punto $\left(0, \frac{5}{2}\right)$.

III) Una recta paralela a L tiene pendiente $-\frac{3}{2}$.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) Sólo II y III

Solución:

Solución:

$$L \perp L_1 \Leftrightarrow m \cdot m_1 = -1$$

I. $$-\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = -\frac{6}{6} = -1 \Rightarrow VERDADERO$$

II. FALSO, ya que la recta L intersecta al eje de las ordenadas (eje y) en ese punto.

III. $$Como\ m = -\frac{3}{2}\ y\ para\ que\ \ L // L_1 \Leftrightarrow m = m_1$$

$$\Rightarrow como\ \ -\frac{3}{2} = -\frac{3}{2} \therefore\ \ VERDADERO$$

Por lo tanto, son verdaderas I y III (ALTERNATIVA **D**)

Las rectas L_1 y L_2 tienen ecuaciones $L_1 : ax + by + c = 0$ y $L_2 : dx + ey + f = 0$, con b y e distintos de cero. ¿Cuál(es) de las siguientes igualdades permite(n) deducir que las rectas L_1 y L_2 son paralelas?

I) $\frac{a}{b} = \frac{f}{e}$

II) $a = d = 0$

III) $c = f = 0$

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo I y II
E) I, II y III

Solución: $$L_1 // L_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2 \quad \wedge n_1 \neq n_2$$

I.

$$L_1 : ax + by + c = 0$$
$$by = -ax - c$$
$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \Rightarrow m_1 = -\frac{a}{b}$$

$$L_2 : dx + ey + f = 0$$
$$ey = -dx - f$$
$$y = -\frac{d}{e}x - \frac{f}{e} \Rightarrow m_2 = -\frac{d}{e}$$

Continuación:

Entonces como $L_1 // L_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2 \quad \wedge n_1 \neq n_2$ y tenemos lo siguiente:

$$-\frac{a}{b} = -\frac{d}{e} \quad por\ ende\ es\ dist\text{int}o\ que \quad \frac{a}{b} = \frac{f}{e} \quad \therefore es\ falsa.\ Entonces$$

$$descartamos \quad las\ alternativas\ A), D)\ y\ E)$$

II. Si se cumple lo siguiente: $a = d = 0$, entonces al reemplazar en ambas ecuaciones dichos valores, se tiene:

Si

$$L_1 : ax + by + c = 0$$

$$by = -ax - c$$

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \Rightarrow luego\ si\ a = 0\ nos\ queda \quad L_1 : y = -\frac{c}{b} \quad (recta\ \ //\ al\ ejex)$$

$$L_2 : dx + ey + f = 0$$

$$ey = -dx - f$$

$$y = -\frac{d}{e}x - \frac{f}{e} \Rightarrow luego\ si\ d = 0\ nos\ queda\ L_2 : y = -\frac{f}{e}\ (recta\ //\ al\ ejex)$$

Por lo tanto, como cada recta es paralela al eje x, a su vez son paralelas entre sí, entonces se cumple que $L_1 // L_2$.

Entonces la alternativa correcta es la II igualdad (ALTERNATIVA B)

La ecuación de la recta L se conoce si :

(1) L es paralela a la recta 2x − y + 5 = 0.

(2) L pasa por el punto (-1, 3).

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

Solución: Para poder resolver este ejercicios se necesita ambos datos para poder obtener la ecuación de la reacta L, es decir, ambas juntas, debido a que de:

(1) Obtendremos la pendiente para la ecuación L

(2) Utilizaremos el punto (-1, 3) para formar la ecuación

Entonces:

(1)
$$L_1 : 2x - y + 5 = 0$$
$$2x + 5 = y \quad \Rightarrow m_1 = 2\ y\ como\ L_1 // L \therefore m_1 = m = 2$$

(2) Luego para determinar la ecuación de la recta dado un punto (-1, 3) y su pendiente $m = 2$ se tiene:

$$L : y - 3 = 2\left(x + 1\right)$$

$$y = 2x + 2 + 3$$

$$y = 2x + 5 \qquad \Rightarrow ambas\ \ juntas\ \left(alternativa\ c\right)$$

¿Cuál debe ser el valor de k en la ecuación de la recta 4kx + 5y − 1 = 0 para que sea paralela a la recta 3x − 2y + 1 = 0?

A) $\frac{15}{8}$

B) $\frac{5}{6}$

C) $\frac{8}{15}$

D) $-\frac{5}{6}$

E) $-\frac{15}{8}$

Solución:

$$L_1 : 4kx + 5y - 1 = 0$$

$$5y = -4kx + 1$$

$$y = -\frac{4}{5}kx + \frac{1}{5} \Rightarrow m_1 = -\frac{4}{5}k$$

$$luego \quad L_2 : 3x - 2y + 1 = 0$$

$$-2y = -3x - 1$$

$$y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow m_2 = \frac{3}{2}$$

$$como\ L_1 // L_2 \Rightarrow m_1 = m_2$$

$$-\frac{4}{5}k = \frac{3}{2}$$

$$k = \frac{3}{2} \cdot -\frac{5}{4}$$

$$k = -\frac{15}{8} \quad (alternativa\ E)$$

¡Cuídate mucho, lava constantemente tus manos…protege a tu familia!!!

¡¡¡Éxito y Cariños!!!

Colegio San Carlos de Quilicura
MATEMÁTICA/CUARTO MEDIO DIFERENCIADO
C.SOTO/2020

PRIMERA SESIÓN: 25 MIN.

COLEGIO
SAN CARLOS
QUILICURA

Guía de Trabajo N°17 Matemática

(Desde el 10 al 14 de Agosto)

Nombre	Curso	Fecha
	IVº	/ 08 / 2020

Estimada(o) estudiante:

Los contenidos de esta guía estarán presentes en la Prueba de Admisión Transitoria (PTU) y son los siguientes:

- **Eje temático: Geometría**
- **Unidad temática: Geometría analítica en 2D**

Descripción:
- **Distancia entre dos puntos**
- **Punto medio de un segmento.**
- **Plano cartesiano (sistema cartesiano bidimensional 2D)**
- **Ecuación de la recta**
- **Pendiente de una recta e intercepto de esta con el eje de las ordenadas.**
- **Tipos de rectas (paralelas, perpendiculares, secantes, etc.)**
- **Rectas y sistemas de ecuaciones.**

En esta tabla de "Contenidos de la Prueba de Admisión Transitoria de Matemática" entregada por el DEMRE en abril de 2020 en el temario oficial puedes evidenciar el contenido que estamos reforzando en las últimas 9 guías:

PRUEBA OBLIGATORIA DE MATEMÁTICA | ABRIL 2020

EJE TEMÁTICO	UNIDADES TEMÁTICAS	DESCRIPCIÓN
GEOMETRÍA	Transformaciones isométricas	• Puntos y vectores en el plano cartesiano. • Rotación, traslación y reflexión de figuras geométricas. • Problemas que involucren rotación, traslación y reflexión en diversos contextos.
	Semejanza, proporcionalidad y homotecia de figuras planas	• Conceptos y criterios de semejanza. • Modelos a escala. • Problemas que involucren semejanza en diversos contextos. • Problemas que involucren el Teorema de Thales en diversos contextos. • Concepto y propiedades de homotecia. • Problemas que involucren homotecia en diversos contextos.
	Geometría analítica en 2D	• Distancia entre dos puntos. • Ecuación de una recta. • Pendiente de una recta e intercepto de esta con el eje de la ordenada. • Posiciones relativas de dos rectas en el plano cartesiano. • Problemas que involucren rectas en el plano cartesiano en diversos contextos.

INSTRUCCIONES:

- El **tiempo estimado para el desarrollo de esta guía será de 60 minutos**.
- Los materiales que necesitarás para el desarrollo de esta guía serán los siguientes: lápiz mina, lápiz pasta, goma, saca puntas, cuaderno de la asignatura e internet. Este material puedes imprimirlo, desarrollarlo y archivarlo en la carpeta de la asignatura, puesto que será solicitado por el docente más adelante. **En el caso que no puedas imprimir esta guía deberás registrar el desarrollo en tu cuaderno.**
- El desarrollo de los ejercicios escríbelo con lápiz mina y la respuesta final escríbela con lápiz pasta.
- **En la Guía de Trabajo N° 18 se anexará la retroalimentación de esta guía**.

¡RECUERDA!

Que puedes hacer todas tus consultas y requerimientos que necesites al correo institucional de tu profesora de la asignatura:

NUEVO

carol.soto@colegiosancarlosquilicura.cl **en el siguiente horario: martes y jueves de 16:00 a 17:00 hrs.**

¡Hola! Un gusto saludarte nuevamente, espero que te encuentres muy bien junto a tu familia y seres queridos.

Hoy continuaremos con el último contenido relacionado con la unidad temática de Geometría analítica en 2D. Dicho contendido está relacionado con los "**Tipos de rectas (paralelas, perpendiculares, secantes, etc.)". Trabajaremos con: "Rectas y sistemas de ecuaciones".**

Espero que las últimas clases online te hayan servido para aclarar dudas sobre los contenidos que hemos ido trabajando en las últimas guías y que están relacionadas con la prueba de Transición.

¡¡¡Ánimo y mucho éxito!!!

RECTAS Y SISTEMAS DE ECUACIONES

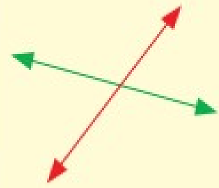
Análisis de soluciones

No tiene solución	Solución única	Infinitas soluciones
$6x + 3y = 5$ $2x + y = 3$	$x - y = -1$ $4x - 4y = -4$	$-4x - 5y = 2$ $x + 6y = 9$
$5x + 10y = 15$ $x + 3y = -11$	$2x - 4y = 6$ $x - 2y = 3$	$x + 3y = 5$ $5x + 15x = 25$
$3x + 2y = 7$ $-5x + 3y = 1$	$4x - 6y = 8$ $2x - 3y = 4$	$5x - 10y = 3$ $x - 2y = 7$

El juego de las soluciones está compuesto por nueve cartas con sistemas de ecuaciones y consiste en identificar por fila cuál de los tres sistemas "no tiene solución", "solución única" e "infinitas soluciones", según las cartas correspondientes, obteniendo un punto cada vez que se reconozca de manera correcta.
Los participantes deben jugar en forma simultánea y las filas de cartas se resuelven en orden.
Ganará el participante que obtenga más puntos.

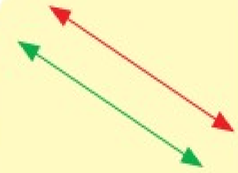
Las soluciones de un sistema de ecuaciones pueden ser analizadas algebraica y gráficamente.

Rectas secantes



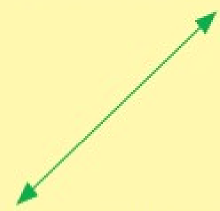
Solución única

Rectas paralelas



No tiene solución

Rectas coincidentes



Infinitas soluciones

En un sistema de la forma $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$, se tiene:

- Si $\frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$, el sistema es **compatible** y tiene **solución única**.
- Si $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{e}{f}$, el sistema es **compatible indeterminado** y tiene **infinitas soluciones**.
- Si $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \neq \frac{e}{f}$, el sistema es **incompatible** y **no tiene solución**.

Actividades resueltas

1. Dos estudiantes están jugando a las soluciones y quieren analizar las siguientes tarjetas:

$3x + 2y = 7$ $-5x + 3y = 1$	$4x - 6y = 8$ $2x - 3y = 4$	$5x - 10y = 3$ $x - 2y = 7$

¿Qué debieron responder?

Para analizar algebraicamente las soluciones de un sistema de ecuaciones, se comparan las razones de los coeficientes de la misma incógnita o constante.

- $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ -5x + 3y = 1 \end{cases}$

  $-\frac{3}{5} \neq \frac{2}{3}$, entonces el sistema tiene una **única solución**.

- $\begin{cases} 4x - 6y = 8 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$

  $\frac{4}{2} = \frac{-6}{-3} = \frac{8}{4} = 2$, entonces el sistema tiene **infinitas soluciones**.

- $\begin{cases} 5x - 10y = 3 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$

  $\frac{5}{1} = \frac{-10}{-2} \neq \frac{3}{7} \Leftrightarrow 5 = 5 \neq \frac{3}{7}$, entonces el sistema **no tiene solución**.

2. ¿Cómo son las rectas que representan a los sistemas de ecuaciones de las tarjetas analizadas en la pregunta anterior?

En el primer caso, las rectas son secantes; mientras que en el segundo sistema de ecuaciones, las rectas son coincidentes. Finalmente, en el tercer sistema de ecuaciones analizado, se tiene que las rectas son paralelas.

TERCERA SESIÓN: 35 MIN.

¡AHORA TE TOCA HACERLO A TI!
Te invito a poner a prueba tus conocimientos…

Aprendiendo del error

Analiza cada resolución y marca un ✔ si está correcta o una ✘ si no lo está. Luego, responde.

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + 3y = 5 \\ \sqrt{2}x - 3y = 5 \end{cases}$$

Como $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{3} = \frac{5}{5}$, entonces el sistema es compatible indeterminado. Por lo tanto, **tiene infinitas soluciones.**
Además, gráficamente las rectas que lo representan son coincidentes.

$$\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 3x + 9y = 9 \end{cases}$$

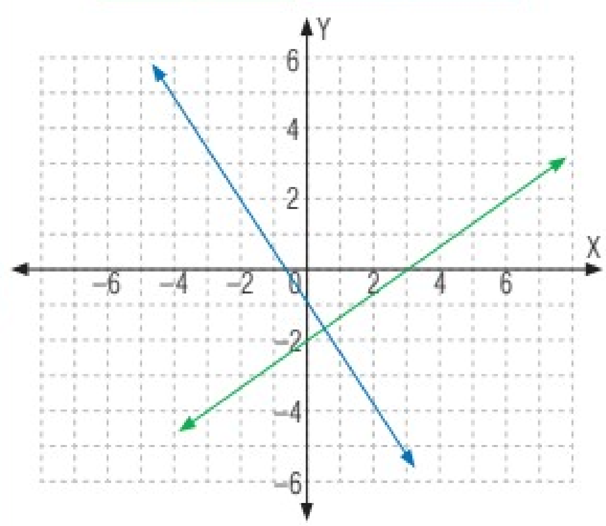
Como $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$, entonces el sistema es compatible indeterminado. Por lo tanto, tiene una única solución.
Además, las rectas que lo representan son compatibles.

a. ¿Cuáles fueron los errores cometidos? Corrígelos.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 6x + 4y = -4 \end{cases}$$

L_1: $2x - 3y = 6$	
x	y
0	–2
3	0
6	2

L_2: $6x + 4y = -4$	
x	y
–2	2
0	–1
2	–4



Por lo tanto, el sistema tiene una única solución, es decir, es compatible.

Ejercicios propuestos:

❖ **Ejercicio 1**:

Analiza algebraicamente las soluciones de los sistemas y clasifícalos en compatibles, compatibles indeterminados e incompatibles.

a. $\left.\begin{array}{l} 5x + 3y = 4 \\ 3x - 2y = 1 \end{array}\right\}$ **b.** $\left.\begin{array}{l} -7x + 4y = -2 \\ 14x - 8y = 4 \end{array}\right\}$ **c.** $\left.\begin{array}{l} 4x + 2{,}5y = 12 \\ 0{,}8x + \frac{1}{2}y = 4 \end{array}\right\}$

❖ **Ejercicio 2**:

Analiza geométricamente las soluciones de los sistemas de ecuaciones y clasifica las rectas que los representan en coincidentes, paralelas y secantes.

a. $\left.\begin{array}{l} 4x + 3y = 12 \\ 12x + 9y = 12 \end{array}\right\}$ **b.** $\left.\begin{array}{l} 5x + 6y = -3 \\ 25x + 30y = -15 \end{array}\right\}$ **c.** $\left.\begin{array}{l} 6x - 5y = 18 \\ x - 3y = 10 \end{array}\right\}$

Información complementaria

Sean L_1: $y = m_1x + n_1$ y L_2: $y = m_2x + n_2$, las ecuaciones de dos rectas.

- Rectas paralelas: $L_1 // L_2 \Rightarrow m_1 = m_2$
- Rectas perpendicualres: $L_1 \perp L_2 \Rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$

Espero que hayas entendido estos conceptos.
Recuerda que en la próxima guía estarán las soluciones de esta actividad.
¡cuídate mucho! ¡Éxito en todo!