

Solucionario de la Guía de Trabajo N° 16

(Del 27 de julio al 31 de julio)



Revisa tus respuestas y si tienes alguna duda, comunícate a través del mail:

III° “A” y III° “B”: josimar.velasquez@colegiosancarlosquilicura.cl en el siguiente horario: martes y jueves desde las 16:00 hasta las 17:00.

III° “C”: loreto.contreras@colegiosancarlosquilicura.cl en el siguiente horario: miércoles y jueves desde las 11:00 hasta las 12:00.

Con gusto atenderemos tus inquietudes. ¡Cuídate mucho!

SOLUCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS

SOLUCIÓN PARTE I: EXPERIMENTOS

Ejercicios 1

Determinar, en cada uno de los siguientes experimentos, si los resultados son equiprobables o no:

1. Extraer una bolita roja de una urna que contiene 20 bolitas rojas y 20 bolitas blancas, todas del mismo peso, textura y tamaño. **NO EQUIPROBABLE**
2. Extraer una carta con una *figura* de una baraja española¹. **NO EQUIPROBABLE**
3. Obtener un número par al lanzar una ruleta dividida en 6 partes iguales numeradas del 1 al 6. **NO EQUIPROBABLE**
4. Llamar al azar a un celular de una lista compuesta por 10 números telefónicos de celulares y 9 números telefónicos de oficinas. **NO EQUIPROBABLE**
5. Llegar a la meta en un juego de mesa que tiene las siguientes condiciones. Primero los jugadores deben enumerarse partiendo del número 1, y luego deben comenzar el juego teniendo en consideración que para avanzar en el tablero la suma de los puntos de dos dados lanzados debe coincidir con el número del jugador. **NO EQUIPROBABLE**

SOLUCIÓN PARTE II: ESPACIO MUESTRAL

Ejercicios 2

Determinar, en cada uno de los siguientes experimentos, el espacio muestral:

1. Extraer tres bolitas de una caja con 10 bolitas celestes y 9 bolitas rosadas.
2. Lanzar cuatro veces una moneda.
3. Responder al azar 2 preguntas que constan de 5 alternativas cada una.
4. Lanzar un dado de 12 caras enumeradas con los primeros números primos.
5. Lanzar un dado tradicional y una moneda.

Respuesta 1: c = bolitas celestes y r = bolitas rosadas. Luego: 10 (bolitas celestes) x 9 (bolitas rosadas) x 3 (extracciones) = 270. Por lo tanto, el espacio muestral estará contenido por 270 posibilidades de extracción.

Respuesta 2: c = cara y s = sello. Luego:

$\Omega = \{(c,c,s,c), (c,c,s,s), (c,c,s,c), (c,s,s,c), (c,s,c,s), (c,c,s,s), (c,s,s,s), (s,s,s,s), (s,s,s,c), (s,s,c,s), (s,s,c,c), (s,c,s,s), (s,c,s,c), (c,s,s,c), (s,c,c,s), (s,c,c,c)\}$

Respuesta 3: Las alternativas las designamos con las letras (A,B,C,D,E) respectivamente. Luego:

$\Omega = \{ (A,A), (B,B), (C,C), (D,D), (E,E), (A,B), (A,C), (A,D), (A,E), (B,A), (B,C), (B,D), (B,E), (C,A), (C,B), (C,D), (C,E), (D,A), (D,B), (D,C), (D,E), (E,A), (E,B), (E,C), (E,D) \}$

Respuesta 4:

$\Omega = \{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37\}$

Respuesta 5: Dado: (1,2,3,4,5,6); Moneda (C: Cara, S: sello)

$\Omega = \{ (1,C), (C,1), (2,C), (C,2), (3,C), (C,3), (4,C), (C,4), (5,C), (C,5), (6,C), (C,6), (1,S), (S,1), (2,S), (S,2), (3,S), (S,3), (4,S), (S,4), (5,S), (S,5), (6,S), (S,6) \}$

SOLUCIÓN PARTE III: EVENTO O SUCESO

Ejercicios

3

1. En un experimento se extrae una ficha de una caja que contiene 15 fichas numeradas del 6 al 20, todas con las mismas propiedades físicas.
 - a) Escribir el espacio muestral.
 - b) Determinar si es un experimento equiprobable o no. Justificar.
 - c) Definir en este experimento un suceso imposible y un suceso seguro.
 - d) Escribir el conjunto de casos favorables que definen los siguientes sucesos:
 - $A = \{\text{Extraer una ficha con un número par}\}$
 - $B = \{\text{Extraer una ficha con un número primo}\}$
 - $C = \{\text{Extraer una ficha con un número mayor que 15 o con un número impar}\}$
 - $D = \{\text{Extraer dos fichas cuyos números sumen menos que 18}\}$
 - e) ¿Qué relación existe entre los sucesos A y B ? ¿Y entre los sucesos D y C ?

Respuesta a:

$\Omega = \{6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}$

Respuesta b: Es un experimento equiprobable, ya que todas las fichas al poseer las mismas propiedades físicas, tienen la misma posibilidad de ser elegidas y, en consecuencia, tienen la misma probabilidad de ocurrencia.

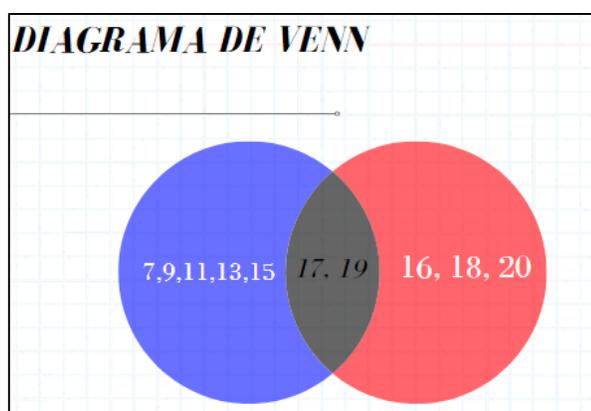
Respuesta c: (respuesta abierta)

Suceso imposible: extraer una ficha con numeración mayor a 20 o menor a 6.

Suceso seguro: extraer una ficha numerada del 6 al 20.

Respuesta d:

- Para el suceso $A = \{\text{Extraer una ficha con un número par}\}$ tenemos, $A = \{6,8,10,12,14,16,18,20\}$
- Para el suceso $B = \{\text{Extraer una ficha con un número primo}\}$ tenemos, $B = \{11,13,17,19\}$
- Para el suceso “Extraer una ficha con un número mayor que 15” tenemos:
 $C_1 = \{16, 17, 18, 19, 20\}$ y para el suceso “Extraer una ficha con un número impar” tenemos:
 $C_2 = \{7,9,11,13,15,17,19\}$. Luego C_1 o $C_2 = \{7,9,11,13,15,16,18,20\}$



- Para el suceso $D = \{\text{Extraer dos fichas cuyos números sumen menos que 18}\}$ tenemos, $D = \{(6,7), (6,8), (6,9), (6,10), (6,11), (7,6), (7,8), (7,9), (7,10), (8,6), (8,7), (8,9), (9,6), (9,7), (9,8), (10,6), (10,7), (11,6)\}$

SOLUCIÓN PARTE IV: PROBABILIDAD CLÁSICA

Ejercicios

4

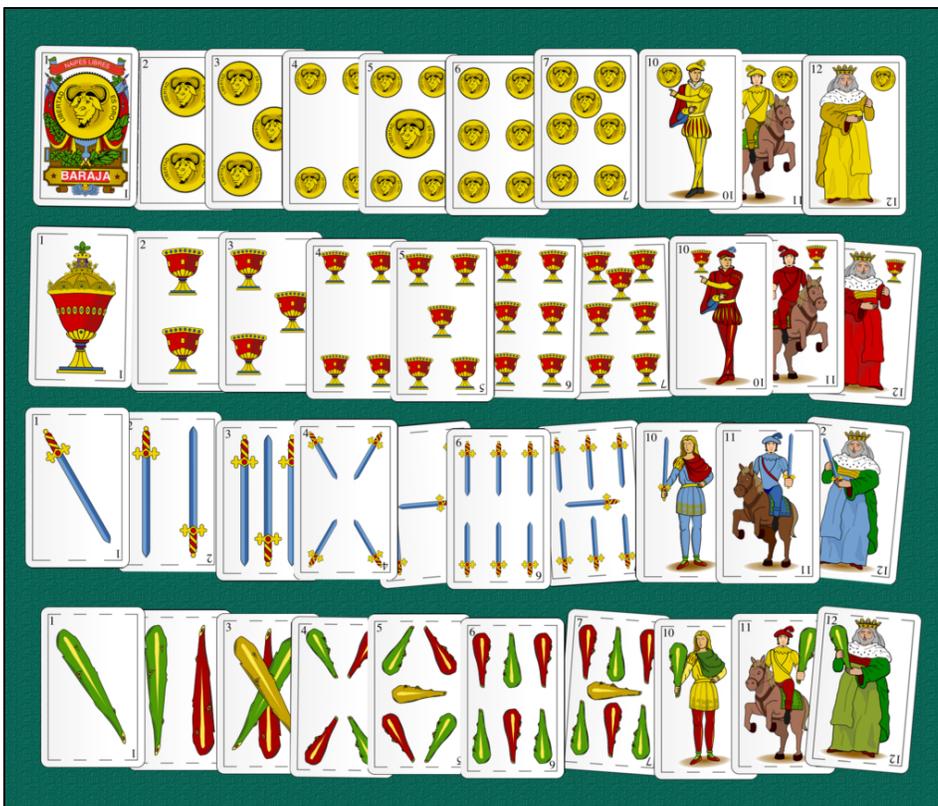
1. Consideremos sacar de una baraja española² que posee 40 naipes, una carta al azar y observarla. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

- $A = \text{“Obtener una carta de oro”}$
- $B = \text{“Obtener una figura de cualquier pinta”}$
- $C = \text{“Obtener una carta que no sea de espadas ni de basto”}$
- $D = \text{“Obtener una carta que sea menor que 4”}$
- $F = \text{“Obtener una carta que sea un caballo”}$



²La baraja española esta compuesta por 4 pintas, cada una de ellas posee 10 cartas de las cuales 7 corresponden a los números del 1 al 7 y 3 corresponden a las figuras del rey, del caballo y de la sota.

SOLUCIÓN: En la imagen podrás observar la bajara española compuesta por 40 cartas.



Respuesta a:

Para el suceso $A = \text{“Obtener una carta de oro”}$ tenemos lo siguiente:

- Casos favorables: $\{1 \text{ de oro}, 2 \text{ de oro}, 3 \text{ de oro}, 4 \text{ de oro}, 5 \text{ de oro}, 6 \text{ de oro}, 7 \text{ de oro}, \text{rey de oro}, \text{caballo de oro}, \text{sota de oro}\}$ (10 elementos)
- Casos totales: $\{\text{todas las cartas de la baraja española}\}$ (40 elementos)

La probabilidad de obtener una carta de oro, queda expresada por la regla de Laplace del siguiente modo:

$$P = \frac{10}{40} = 0,4 * 100 = 40\%$$

Respuesta b:

Para el suceso $B = \text{“Obtener una figura de cualquier pinta”}$

- Casos favorables: $\{\text{rey de oro}, \text{rey de espada}, \text{rey de basto}, \text{rey de copa}, \text{caballo de oro}, \text{caballo de espada}, \text{caballo de basto}, \text{caballo de copa}, \text{sota de oro}, \text{sota de espada}, \text{sota de basto}, \text{sota de copa}\}$ (12 elementos)

- Casos totales: $\{ \text{todas las cartas de la baraja española} \}$ (40 elementos)

$$P = \frac{12}{40} = 0,3 * 100 = 30\%$$

Respuesta c:

Para el suceso C = “Obtener una carta que no sea de espadas ni de bastos”

- Casos favorables: tenemos 10 cartas de cada figura. Luego si se desea obtener una carta que no sea de espada ni de bastos, las figuras restantes son oro y copa, luego $10 \times 2 = 20$. (20 elementos)
- Casos totales: $\{ \text{todas las cartas de la baraja española} \}$ (40 elementos)

$$P = \frac{20}{40} = 0,5 * 100 = 50\%$$

Respuesta d:

Para el suceso D = “Obtener una carta que sea menor que 4”

- Casos favorables: {1 de oro, 2 de oro, 3 de oro, 1 de espada, 2 de espada, 3 de espada, 1 de basto, 2 de basto, 3 de basto, 1 de copa, 2 de copa, 3 de copa} (12 elementos)
- Casos totales: $\{ \text{todas las cartas de la baraja española} \}$ (40 elementos)

$$P = \frac{12}{40} = 0,3 * 100 = 30\%$$

Respuesta e:

Para el suceso E = “Obtener una carta que sea un caballo”

- Casos favorables: {caballo de oro, caballo de espada, caballo de copa, caballo de basto} (4 elementos)
- Casos totales: $\{ \text{todas las cartas de la baraja española} \}$ (40 elementos)

$$P = \frac{4}{40} = 0,1 * 100 = 10\%$$

Guía de Trabajo N° 17 Matemática

(Del 10 al 14 de agosto)

Nombre	Curso	Fecha
	III° ____	__ / 08 / 2020

OA 2: Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.

CONTENIDOS QUE SE TRABAJARÁN EN ESTA GUÍA

Unidad I

- Probabilidad clásica.

INSTRUCCIONES

- El tiempo estimado para el desarrollo de la guía será de 90 minutos. Puedes realizarla en dos sesiones de 45 minutos.
- Los materiales que necesitaras para el desarrollo de la guía serán: cuaderno de la asignatura, lápiz mina, lápiz pasta, goma, calculadora, saca puntas y una regla.
- El desarrollo de los ejercicios escríbelo con lápiz mina y la respuesta final escríbela con lápiz pasta.
- En la Guía de Trabajo N° 18 se anexará la retroalimentación de esta guía.



¡Hola! Un gusto saludarte de nuevo, deseando que te encuentres muy bien junto a tus familiares y seres queridos.

En esta guía continuaremos con el tema de probabilidad trabajado en la guía anterior, específicamente trabajaremos con las “Probabilidades de eventos”.

SI DESEAS VOLVER A VER NUESTRA CUARTA CLASE ONLINE, DEBES
INGRESAR A ESTE LINK: <https://youtu.be/p1OuyJODRog>



¡ÁNIMO Y MUCHOS ÉXITOS!

PROBABILIDADES DE EVENTOS

1. PROBABILIDADES DE SUCESOS COMPLEMENTARIOS

En algunas situaciones nos van a preguntar por la probabilidad de que ocurra la negación de un suceso, en este caso calculamos la probabilidad de la afirmación del suceso y se lo restamos a la unidad. Cabe destacar que si tenemos un suceso A y su negativo \bar{A} , entonces se dice que ambos sucesos son complementarios y la suma de sus probabilidades es igual a 1:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

Si el suceso \bar{A} es la negación del suceso A , entonces la probabilidad de que ocurra el suceso \bar{A} es:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

POR EJEMPLO: ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos dados, NO se obtenga una suma igual a 7?

Solución: Este ejercicio lo desarrollaremos usando la propiedad anterior. Definamos los sucesos:

A = “Obtener una suma igual a 7”

\bar{A} = “No obtener una suma igual a 7”

Calculemos la probabilidad del suceso A:

- El número de casos favorables es 6: $\{(1; 6); (2; 5); (3; 4); (4; 3); (5; 2); (6; 1)\}$
- El número de casos totales lo determinamos a través del principio de la multiplicación, el cual dice que si hay n elementos para distribuir en la primera posición y hay m elementos para distribuir en la segunda posición, entonces el total de parejas posibles es $n \cdot m$, en este caso tenemos que distribuir 6 números en la primera posición y 6 números en la segunda, por lo tanto, tenemos $6 \cdot 6 = 36$ posibilidades en total.

De acuerdo a lo anterior la probabilidad del suceso A es:

$$P(\text{obtener una suma igual a 7}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Y la probabilidad de la negación de este suceso, es decir del suceso \bar{A} , es:

$$P(\text{no obtener una suma igual a 7}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Finalmente, la probabilidad de no obtener una suma igual a 7 es de $\frac{5}{6}$.

2. PROBABILIDAD DE SUCESOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES

En algunas situaciones nos van a preguntar por la probabilidad de que ocurra un suceso u otro. En el caso de que estos sucesos sean mutuamente excluyentes calculamos las probabilidades por separado de cada uno de los sucesos y luego sumamos los resultados obtenidos.

Si dos sucesos A y B son mutuamente excluyentes, entonces la probabilidad de que ocurra el suceso A ó el suceso B es:

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B)$$

POR EJEMPLO: ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar una carta de una baraja inglesa se obtenga un rey o un número?

Solución: Este ejercicio lo desarrollaremos usando la propiedad anterior. Definamos los sucesos:

$A = \text{“Sacar un rey”}$

$B = \text{“Sacar un número”}$

Estos dos sucesos son mutuamente excluyentes ya que no pueden ocurrir simultáneamente. Calculemos las probabilidades correspondientes a cada suceso:

- **Probabilidad de sacar un rey:** El número de casos favorables corresponde a 4 ya que hay un rey por pinta (corazón, diamante, pica y trébol) y el número total de cartas es 52, ya que hay 13 cartas por cada pinta.

$$P(A) = \frac{4}{52}$$

- **Probabilidad de sacar un numero:** El número de casos favorables es 40 ya que la baraja posee 12 figuras (jota, reina y rey por cada pinta) y 40 números (10 por cada pinta).

$$P(A) = \frac{40}{52}$$

³Una baraja inglesa esta compuesta por 52 cartas divididas en 4 grupos de 13 cartas cada uno (corazones, picas, tréboles y diamantes), de las cuales 9 cartas son numeradas y 4 literales: As(A), 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Sota(J), Reina(Q), Rey(K).

Luego, aplicando la propiedad anterior, tenemos:

$$P(\text{Sacar un rey o un número}) = P(\text{Sacar un rey}) + P(\text{Sacar un número})$$

$$P(\text{Sacar un rey o un número}) = \frac{4}{52} + \frac{40}{52}$$

$$P(\text{Sacar un rey o un número}) = \frac{44}{52}$$

$$P(\text{Sacar un rey o un número}) = \frac{11}{13}$$

Finalmente, la probabilidad de sacar un rey o un número de una baraja inglesa es $\frac{11}{13}$.

3. PROBABILIDAD DE SUCESOS QUE NO SON MUTUAMENTE EXCLUYENTES

En algunas situaciones nos van a preguntar por la probabilidad de que ocurra un suceso u otro. En el caso de que los sucesos no sean mutuamente excluyentes, calculamos las probabilidades por separado de cada uno de los sucesos y la probabilidad de que ocurran ambos sucesos juntos, luego sumamos las probabilidades por separado de los sucesos y finalmente le restamos la probabilidad de que ocurran juntos.

Si dos sucesos A y B no son mutuamente excluyentes, entonces la probabilidad de que ocurra el suceso A ó el suceso B es:

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$$

POR EJEMPLO: ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una bolita de una caja con 25 bolitas numeradas del 1 al 25 se obtenga un número múltiplo de 4 o un número mayor que 15?

Solución: Este ejercicio lo desarrollaremos usando la propiedad anterior. Definamos los sucesos:

A = “Obtener un número mayor que 15”

B = “Obtener un número múltiplo de 4”

A y B = “Obtener un número mayor que 15 y que sea múltiplo de 4”

Los sucesos A y B no son mutuamente excluyentes ya que tienen elementos en común. Calculemos las probabilidades correspondientes a cada suceso:

- **Probabilidad de obtener un número mayor que 15:** En este caso la cantidad de bolitas con números mayores a 15 son 10, {16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25}, y el número total de bolitas es 25.

$$P(A) = \frac{10}{25}$$

- **Probabilidad de sacar un número múltiplo de 4:** En este caso la cantidad de bolitas con números múltiplos de 4 son 6, {4; 8; 12; 16; 20; 24}, y el número total de bolitas es 25.

$$P(B) = \frac{6}{25}$$

- **Probabilidad de sacar un número mayor que 15 y múltiplo de 4:** En este caso las bolitas que cumplen con estas dos condiciones corresponde a la intersección de los sucesos A y B, por lo tanto, serán 3 bolitas, {16; 20; 24}, de un total de 25.

$$P(A \text{ y } B) = \frac{3}{25}$$

Luego, aplicando la propiedad anterior, tenemos:

$$P(\text{Sacar un número mayor que 15 o múltiplo de 4}) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$$

$$P(\text{Sacar un número mayor que 15 o múltiplo de 4}) = \frac{10}{25} + \frac{6}{25} - \frac{3}{25}$$

$$P(\text{Sacar un número mayor que 15 o múltiplo de 4}) = \frac{16}{25} - \frac{3}{25}$$

$$P(\text{Sacar un número mayor que 15 o múltiplo de 4}) = \frac{13}{25}$$

Finalmente, la probabilidad de sacar una bolita con un número mayor que 15 o múltiplo de 4 es de $\frac{13}{25}$.

4. PROBABILIDAD DE SUCESOS INDEPENDIENTES

En algunas situaciones nos van a preguntar por la probabilidad de que ocurran dos sucesos simultáneamente, en el caso de que esos sucesos sean independientes, entonces calculamos las probabilidades por separado de cada uno de los sucesos y luego multiplicamos los resultados obtenidos.

*Si dos sucesos A y B son **independientes**, entonces la probabilidad de que ocurra el suceso A y el suceso B es:*

$$P(A \wedge B) = P(A) \cdot P(B)$$

POR EJEMPLO: ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado no cargado de seis caras dos veces obtengamos un 5 en el primer lanzamiento y un número par en el segundo lanzamiento?

Solución: Este ejercicio lo desarrollaremos usando la propiedad anterior, definamos los sucesos:

$A =$ “Obtener el número 5”

$B =$ “Obtener un número par”

Los sucesos son independientes porque la probabilidad de obtener un número par en el segundo lanzamiento no se ve afectada en absoluto por el resultado obtenido en el primer lanzamiento. Calculemos las probabilidades correspondientes a cada suceso:

- **Probabilidad de obtener el número 5:** En este caso tenemos un caso favorable de un total de 6 números que nos pueden salir al lanzar un dado.

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

- **Probabilidad de sacar un número par:** El número de casos favorables es 3 {2; 4; 6} de un total de 6 números que nos pueden salir en el segundo lanzamiento del dado.

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Luego, aplicando la propiedad anterior, tenemos:

$$P(\text{Obtener un 5 y luego un par}) = P(A) \cdot P(B)$$

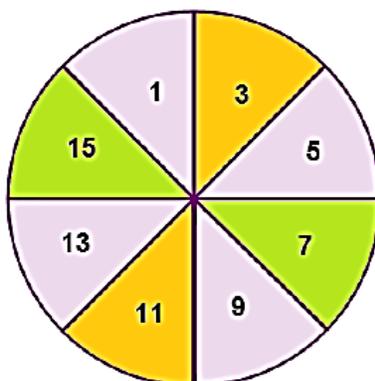
$$P(\text{Obtener un 5 y luego un par}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2}$$

$$P(\text{Obtener un 5 y luego un par}) = \frac{1}{12}$$

Finalmente, la probabilidad de sacar un 5 en el primer lanzamiento y luego un número impar en el segundo lanzamiento es de $\frac{1}{12}$.

PROBLEMA PROPUESTO

1. Una ruleta está dividida en 8 sectores de igual tamaño numerados con los primeros números impares, tal como se muestra en la figura.



- a) ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar la ruleta obtenga un número mayor que 7?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de no obtener un número primo?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un divisor de 30 y un múltiplo de 7?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar la ruleta se detenga sobre el color morado?
- e) ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos veces la ruleta se obtenga amarillo en las dos ocasiones?
- f) ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga verde en el primer lanzamiento, morado en el segundo lanzamiento y verde en el tercero?

ESTA ES UNA PARTE DE LA TABLA DE “CONTENIDOS DE LA PRUEBA DE TRANSICIÓN DE MATEMÁTICA (PTU)”. AQUÍ PUEDES EVIDENCIAR EL CONTENIDO QUE ESTAMOS REFORZANDO EN ESTA GUÍA:

Reglas de las probabilidades y probabilidad condicional		<ul style="list-style-type: none"> • Problemas que involucren probabilidad de un evento en diversos contextos. • Problemas que involucren la regla aditiva y multiplicativa de probabilidades en diversos contextos. • Problemas que involucren probabilidad condicional y sus propiedades en diversos contextos.
---	--	--



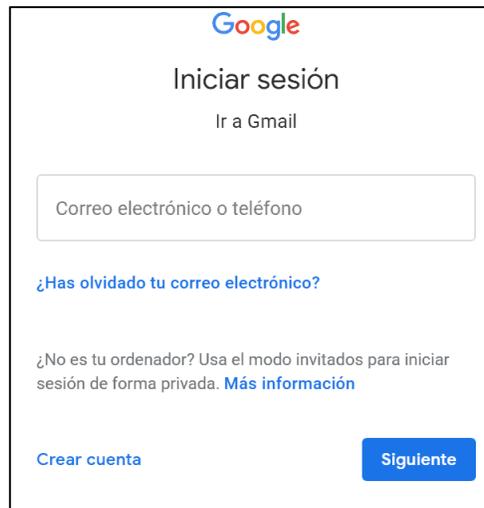
Estimados alumnos, junto con saludarlos les informo que nuestra SEXTA CLASE ONLINE SE EFECTUARÁ EL PRÓXIMO MARTES 11 DE AGOSTO PARA III°A Y III° B Y EL DÍA JUEVES 13 DE AGOSTO PARA III° C, ESTA VEZ A TRAVÉS DE LA PLATAFORMA GOOGLE MEET.

El objetivo de esta clase es hacer una síntesis de los contenidos que se han trabajado. Por lo tanto, debes ponerte al día con las guías anteriores y tener listas tus dudas, para poder aclararlas ese día.

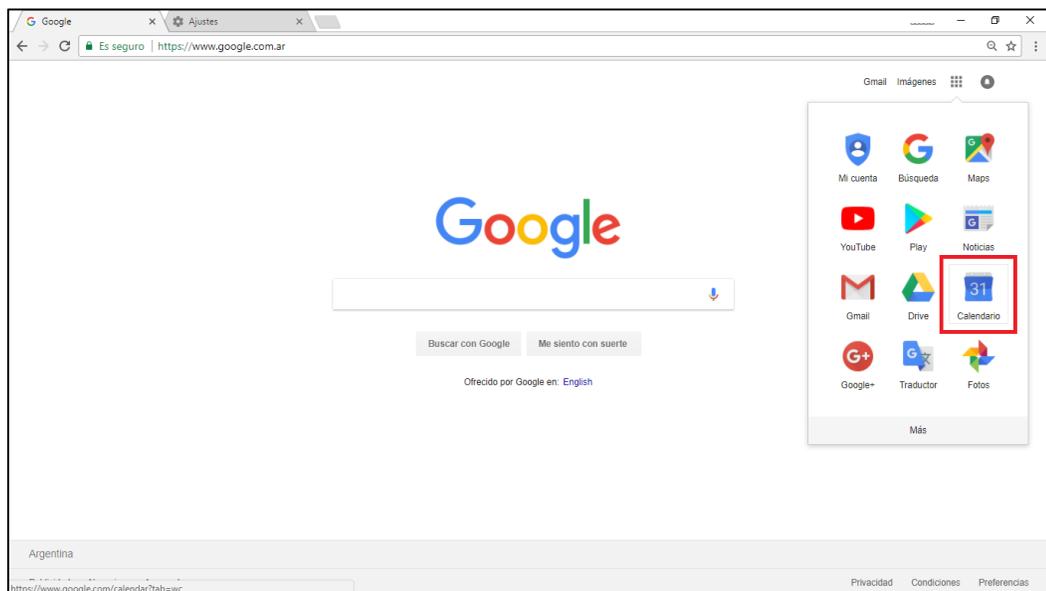
CURSO: III° A Nombre del profesor: Josimar Velásquez Día: Martes 11 de agosto Hora: 10:00 – 10:45 am	CURSO: III° B Nombre del profesor: Josimar Velásquez Día: Martes 11 de agosto Hora: 11:00 am – 11:45am	CURSO: III° C Nombre del profesor: Loreto Contreras Día: Jueves 13 de agosto Hora: 4:00 pm – 4:45 pm	
---	---	---	--

RECUERDA QUE EL ENCUENTRO LO TENDREMOS A TRAVÉS DE “MEET” Y EL LINK PARA INGRESAR A LA CLASE, YA SEA POR CELULAR O PC, LO PODRÁS ENCONTRAR EN TU “CALENDARIO”, para ello sigue las siguientes instrucciones:

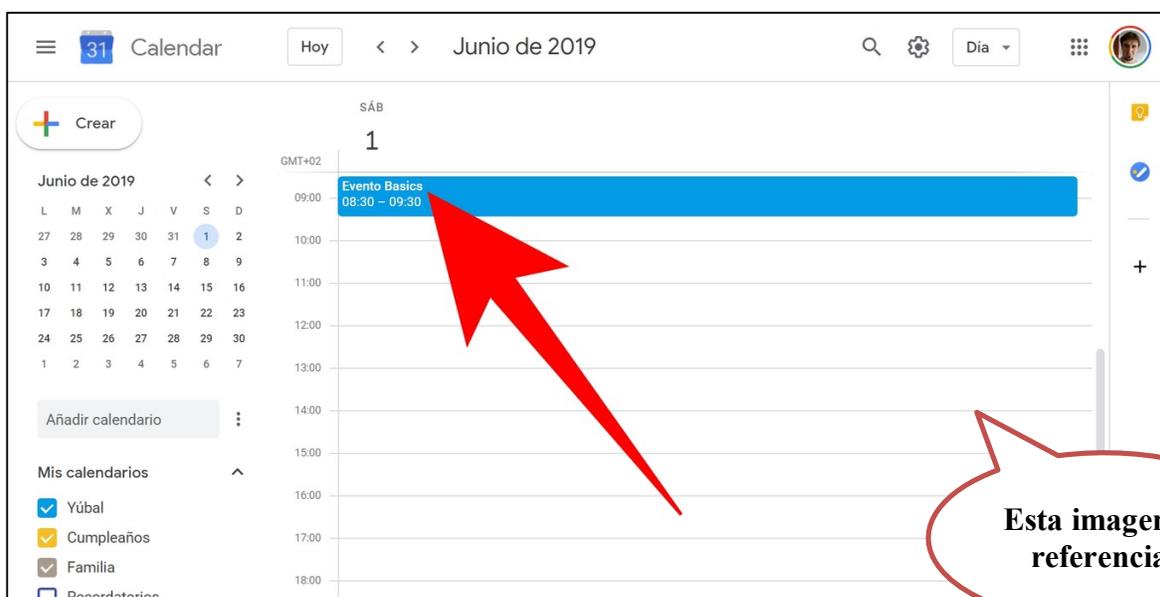
1. Debes iniciar sesión en tu cuenta de correo electrónico institucional (procura solo tener abierta esta sesión).



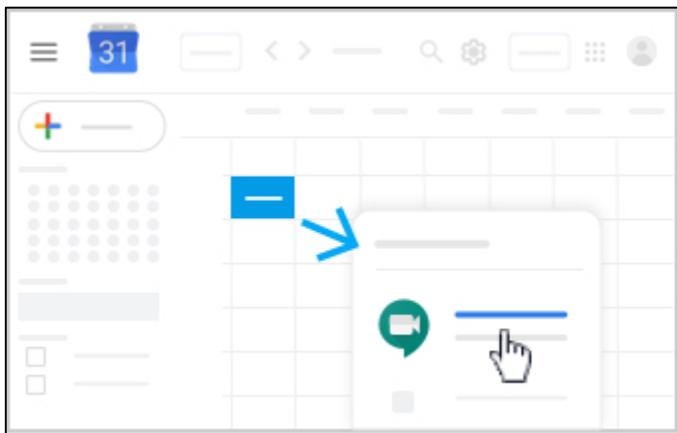
2. Abre una nueva pestaña en tu navegador y haz clic en el icono de Apps (los nueve puntitos que están a la izquierda de la pantalla) y luego clic en Calendar (Calendario).



3. Busca el evento que tiene por nombre: “III° MATEMÁTICA. CLASE ONLINE N° 6” en la fecha y hora correspondiente a tu curso.

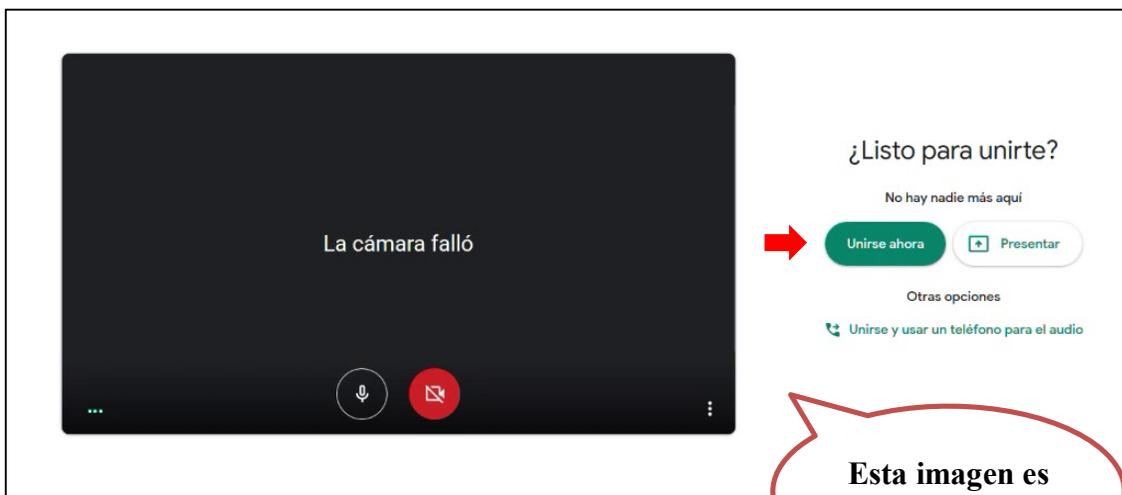


4. Posteriormente, haz clic sobre el evento y luego haz clic en “Unirse con Google Meet”.



Esta imagen es referencial

5. Finalmente, en la ventana que se abrirá, haz clic en “Unirse ahora”.



Esta imagen es referencial

***¡TE ESPERAMOS!
CUÍDATE MUCHO***