



Colegio San Carlos de Quilicura
Orientación



DEMRE

PIONEROS • EXPERTOS • CONFIABLES

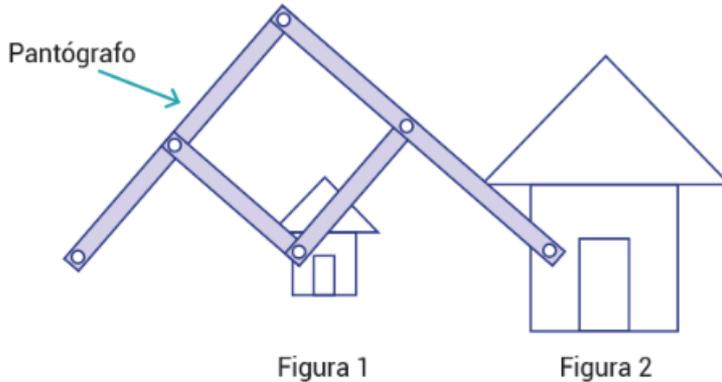
RESPUESTAS DE EJERCICIOS
PRUEBA COMPETENCIA
MATEMÁTICA

RECORDEMOS LA PREGUNTA 9 DE LA SEMANA PASADA

PREGUNTA N°9

Un pantógrafo es un instrumento que permite hacer un dibujo a escala, ya sea agrandándolo o achicándolo.

A partir de la figura 1 se dibujó la figura 2 usando este instrumento, tal como se muestra en la siguiente figura:



Un profesor dice a sus estudiantes que el área de la figura 1 es 80 cm^2 y pide a cuatro de ellos que indiquen qué información se necesita conocer para determinar el área de la figura 2.

- › **Marcela** dice que basta conocer el perímetro de ambas figuras.
- › **Andrés** dice que es suficiente conocer el área de la puerta de ambas figuras.
- › **Claudio** dice que es suficiente conocer el perímetro de la figura 2.
- › **Sandra** dice que basta conocer el perímetro del techo de ambas figuras.

¿Cuál de los estudiantes se equivoca?

- A) Marcela
- B) Andrés
- C) Claudio
- D) Sandra



RESOLUCIÓN DE LA PREGUNTA 9. TE DEJAMOS DOS ESTRATEGIAS PARA RESOLVER ESTE EJERCICIO.

• Estrategia 1:

Una manera de resolver este ítem es que establezcas, antes de analizar la información que entregan los estudiantes, los elementos que se necesitan para poder determinar el área de la figura 2. En este caso, puedes plantear la siguiente relación, considerando r como la razón de semejanza entre las dos figuras realizadas a escala:

$$\frac{80 \text{ cm}^2}{\text{área figura 2}} = r^2$$

De la relación anterior, se obtiene que el área de la figura 2 es $\frac{80 \text{ cm}^2}{r^2}$.

De aquí, puedes deducir que cualquier información dada por los estudiantes que te permita conocer el valor de r , te permitirá determinar el área de la figura 2.

Debes considerar además que como los dibujos de las casas son proporcionales, también lo son todas sus partes correspondientes y que $\frac{\text{perímetro figura 1}}{\text{perímetro figura 2}} = r$.

Es así como, puedes establecer lo siguiente:

Estudiantes	Análisis de la información entregada
Marcela	Con el perímetro de la figura 1 y el perímetro de la figura 2, efectivamente puedes obtener el valor de r como la razón entre estos perímetros.
Andrés	Con el área de ambas puertas y sabiendo que son semejantes, puedes establecer la razón entre ambas, que será r^2 , lo que te permite determinar r .
Claudio	Conociendo el perímetro de la figura 2 no se puede establecer una razón entre dos elementos correspondientes de las figuras que te permitan determinar el valor de r .
Sandra	Conociendo el perímetro de ambos techos y sabiendo que son semejantes, también puedes calcular la razón entre estos perímetros y así determinar r .

Así, el estudiante que se equivocó es Claudio y por lo tanto, la clave es C).



RESOLUCIÓN DE LA PREGUNTA 9. TE DEJAMOS DOS ESTRATEGIAS PARA RESOLVER ESTE EJERCICIO.

• Estrategia 2:

En el enunciado se indica que el pantógrafo permite crear una figura a escala, lo que significa que la figura que se construye es semejante a la original, en este caso, la figura 2 es semejante a la figura 1.

Con dicha información puedes analizar cada una de las afirmaciones de los estudiantes, considerando que r es la razón de semejanza entre las figuras:

- **Marcela dice que basta conocer el perímetro de ambas figuras.**

Como se conoce el perímetro de ambas figuras tienes que:

$$\frac{\text{perímetro figura 1}}{\text{perímetro figura 2}} = r$$

De esta manera, conoces el valor de la razón de semejanza r , por lo tanto, puedes establecer la relación:

$$\frac{\text{área figura 1}}{\text{área figura 2}} = \frac{80 \text{ cm}^2}{\text{área figura 2}} = r^2 \rightarrow \frac{80 \text{ cm}^2}{r^2} = \text{área figura 2}$$

Entonces, se puede determinar el área de la figura 2, y por lo tanto, Marcela no se equivoca.

- **Andrés dice que es suficiente conocer el área de la puerta de ambas figuras.**

Supongamos que el área de la puerta de la figura 1 y de la puerta de la figura 2 es A_1 y A_2 , respectivamente, entonces puedes establecer la relación:

$$\frac{A_1}{A_2} = r^2$$

Esto es así, pues si los dibujos de las casas son proporcionales, también lo son todos sus elementos.

Ahora, como se conoce el valor de r^2 y este lo puedes reemplazar en $\frac{80 \text{ cm}^2}{\text{área figura 2}} = r^2$, determinas el área de la figura 2, por lo que Andrés no se equivoca.



RESOLUCIÓN DE LA PREGUNTA 9. ESTRATEGIAS PARA RESOLVER ESTE EJERCICIO.

- › Claudio dice que es suficiente conocer el perímetro de la figura 2.

Consideremos que el perímetro de la figura 2 es P_2 , entonces puedes establecer la relación:

$$\frac{\text{perímetro figura 1}}{P_2} = r$$

Sin embargo, como no se conoce el perímetro de la figura 1, no se puede determinar el valor de r , por lo que no es suficiente la información que entrega Claudio para determinar el área de la figura 2, siendo este estudiante el que se equivoca.



- › Sandra dice que basta conocer el perímetro del techo de ambas figuras.

Si se conoce el perímetro del techo de la figura 1 y del techo de la figura 2 puedes plantear la relación:

$$\frac{\text{perímetro techo figura 1}}{\text{perímetro techo figura 2}} = r$$

Por lo tanto, conoces el valor de r y de esta forma, puedes determinar el área de la figura 2 utilizando la relación

$$\frac{80 \text{ cm}^2}{\text{área figura 2}} = r^2, \text{ de manera que Sandra no se equivoca.}$$

Por el desarrollo anterior, obtienes que la clave es C).

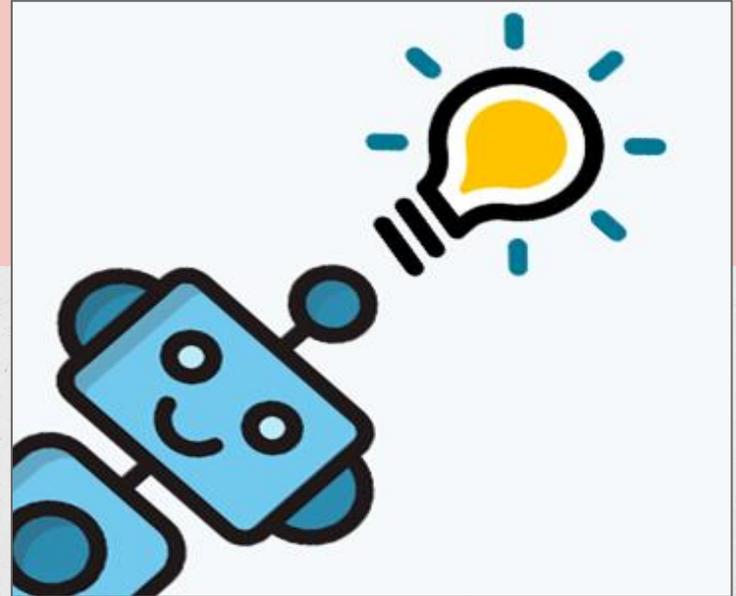
Importante

¿QUÉ NECESITAS SABER Y SABER HACER PARA RESPONDER CORRECTAMENTE ESTA PREGUNTA?

Para poder resolver este ítem debes entender las relaciones que se pueden establecer entre dos figuras semejantes (1° medio), considerando sus medidas correspondientes, en este caso entre los perímetros y las áreas de las figuras dibujadas a escala.

Por otro lado, este tipo de problemas puede ser resuelto de maneras distintas. Por ejemplo, puedes analizar cada una de las respuestas de los estudiantes y ver, caso a caso, si es posible determinar el área de la figura 2 (estrategia 2), o bien, puedes resolverlo estableciendo *a priori* la información que se requiere para determinar el área pedida, para luego determinar qué opción no te permite conocer dicha información (estrategia 1).

En ambos casos, no necesitas calcular el área ni el perímetro de las figuras. En cambio, necesitas razonar matemáticamente para determinar que se puede deducir de una información dada.



RECORDEMOS LA PREGUNTA N°10 PUBLICADA LA SEMANA PASADA



PREGUNTA N°10

Andrea y Camilo participarán de un juego que tiene como premio una entrada al cine. El juego consiste en que una persona lanzará un dado común 3 veces, de manera que Camilo ganará si en los tres lanzamientos sale el 6, de lo contrario ganará Andrea.

¿Cuál es la probabilidad de que Andrea gane la entrada al cine?

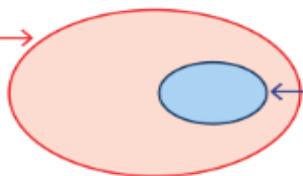
- A) $1 - \frac{1}{6^3}$
- B) $3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)$
- C) $1 - \frac{5}{6}$
- D) $\left(\frac{5}{6}\right)^3$

RESOLUCIÓN DE LA PREGUNTA 10. PRIMERA Y SEGUNDA ESTRATEGIA

◉ Estrategia 1:

Una manera de resolver este ítem es que consideres un esquema que represente la situación planteada en el enunciado como el siguiente:

Probabilidad de ocurrencia de todos los eventos, es decir, que gane Andrea o Camilo, es igual a 1.



Probabilidad de ocurrencia de un evento, en este caso, que gane Camilo.

Según el esquema, la probabilidad de que gane Andrea es igual a la probabilidad de que pierda Camilo, lo cual es igual a $1 - \text{probabilidad de que gane Camilo}$.

Como Camilo gana el juego si sale un 6 en los tres lanzamientos del dado, puedes determinar la probabilidad de que gane Camilo como $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6^3}$, luego, la probabilidad de que gane Andrea es $1 - \frac{1}{6^3}$, de esta manera, la clave es A).

◉ Estrategia 2:

Otra forma de resolver este ítem es utilizar un diagrama de árbol donde escribas los posibles resultados en cada lanzamiento del dado y sus probabilidades correspondientes, tal como se muestra a continuación.

Para esto consideremos los eventos:

A: se obtiene un 6 en el lanzamiento del dado.

\bar{A} : no se obtiene un 6 en el lanzamiento del dado.



Del diagrama de árbol puedes deducir, al igual que en la estrategia anterior, que la probabilidad de que gane Andrea es $1 - \text{probabilidad de que gane Camilo}$, es decir, $1 - \frac{1}{6^3}$, luego, la clave es A).

RESOLUCIÓN DE LA PREGUNTA 10. TERCERA ESTRATEGIA.

• Estrategia 3:

Otra manera de resolver este ítem es que escribas todas las posibilidades que tiene de ganar Andrea, teniendo en consideración que Camilo gana la entrada al cine si en el juego de lanzar tres veces el dado sale el 6 en los tres casos, si no gana Andrea.

Consideremos los eventos:

\bar{A} : se obtiene un 6 en el lanzamiento del dado.

A : no se obtiene un 6 en el lanzamiento del dado.

Andrea gana la entrada al cine si no sale un 6 en alguno de los lanzamientos, es decir, Andrea gana en estos tres casos:

No aparece un 6 en el primer lanzamiento y por lo tanto, no se necesita seguir lanzando.

\bar{A}

Aparece un 6 en el primer lanzamiento, pero no aparece un 6 en el segundo lanzamiento y por lo tanto, no se necesita seguir lanzando.

$A y \bar{A}$

Aparece un 6 en el primer y en el segundo lanzamiento, pero no en el tercer lanzamiento.

$A y A y \bar{A}$

Así, Andrea gana si ocurre \bar{A} ó $(A y \bar{A})$ ó $(A y A y \bar{A})$.

Por lo que, la probabilidad de que gane Andrea es:

$$P(\bar{A}) + P(A) \cdot P(\bar{A}) + P(A) \cdot P(A) \cdot P(\bar{A})$$

Como $P(A) = \frac{1}{6}$ y $P(\bar{A}) + P(A) = 1$, es decir, $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$, puedes realizar el siguiente desarrollo:

$$\begin{aligned} P(\bar{A}) + P(A) \cdot P(\bar{A}) + P(A) \cdot P(A) \cdot P(\bar{A}) &= \\ (1 - P(A)) + P(A) \cdot (1 - P(A)) + (P(A))^2 \cdot (1 - P(A)) &= \\ 1 - P(A) + P(A) - (P(A))^2 + (P(A))^2 - (P(A))^3 &= \\ 1 - (P(A))^3 &= \\ 1 - \frac{1}{6^3} \end{aligned}$$

Por lo tanto, la clave es A).



Importante

¿QUÉ NECESITAS SABER Y SABER HACER PARA RESPONDER CORRECTAMENTE ESTA PREGUNTA?

Para resolver este problema necesitas saber aplicar contenidos de probabilidades de 7° Básico y de 1° Medio, para lo cual es importante entenderlos y poder hacer esquemas que los expliquen y permitan visualizarlo.

Por ejemplo, se pueden utilizar esquemas que muestren que la probabilidad de que gane Andrea es igual a la probabilidad de que pierda Camilo, es decir, 1 menos la probabilidad de que gane Camilo, debido a que la suma de todos los eventos de un experimento es igual a 1. Y también que en cada lanzamiento hay 2 eventos excluyentes: que salga 6 y que no salga 6.

También, sirven los esquemas para ver todas las combinaciones posibles de estos eventos en tres lanzamientos y distinguir en qué caso debes sumar las probabilidades y cuando multiplicarlas. El esquema de árbol es mucho mejor que las "reglas de multiplicación y de suma" que no se relacionan con comprender la situación.

