Colegio San Carlos de Quilicura
Matemática/Cuarto Medio
LCG/CSV/2020

Guía n°15 de Matemáticas

(Del 27 al 31 de julio)

Nombre	Curso	Fecha
	IVº	/ 07 / 2020

Los contenidos de esta actividad estarán en la prueba de admisión transitoria:
Eje temático: ÁLGEBRA Y FUNCIONES
Contenido: Función potencia.
AE 01 Modelar situaciones o fenómenos de las ciencias naturales mediante la función potencia f(x) = a · x^z , con |z| < 3. Desarrollan ecuaciones funcionales del tipo f(x) = x^{-1}, mediante tablas de proporcionalidad inversa. Elaboran gráficos de la función potencia f(x) = x z con |z| < 3. Determinan simetrías y asíntotas de los gráficos. Resuelven problemas matemáticos, de ciencias naturales o de economía, mediante funciones potencia.

Estimada(o) estudiante:
La guía n°15 consta de dos partes. La primera consiste en que revises las retroalimentaciones de las actividades de la guía anterior y la segunda parte tiene como objetivo que estés presente en la clase on line n°5, donde repasaremos ejercicios de función potencia, después realices las actividades y posteriormente reenvíes la actividad **al correo de la profesora que te corresponda por curso**.

RETROALIMENTACIÓN GUIA N° 14

PARTE I: Actividad: Resuelve el ítem 1,2 y 3 . Envía el desarrollo mediante una foto al correo de tu profesora:

1. **De las siguientes funciones. Determina cual (es) corresponden a una función potencia y si lo son identifica el valor de "a" y "n":**

$a)\quad f(x)=x^3 \quad si,\ es\ función\ potencia\ \ a=1\ \ y\ \ n=3$

$b)\quad f(x)=7x^8 \quad si,\ es\ función\ potencia\ \ a=7\ \ y\ \ n=8$

$c)\quad f(x)=\log(x-8) \quad no,\ ésta\ es\ una\ función\ \log arítmica.$

$d)\quad f(x)=3x^2-4 \quad no,\ es\ una\ función\ cuadrática$

$e)\quad f(x)=\frac{1}{4}x^{-2} \quad si,\ es\ función\ potencia\ \ a=\frac{1}{4}\ \ y\ \ n=-2$

2. **Determina si las siguientes funciones potencia es un función par o impar.**

$a)\quad f(x)=2x^5 \quad es\ función\ par$

$b)\quad f(x)=5x^{-3} \quad es\ función\ impar$

$c)\quad f(x)=0{,}3x^4 \quad es\ función\ par$

$d)\quad f(x)=-1{,}5x^6 \quad es\ función\ par$

$e)\quad f(x)=7x^{-7} \quad es\ función\ impar$

3. **Sin construir ninguna grafica determina el dominio y el recorrido de las siguientes funciones:**

$a)\quad f(x) = 4x^4 \qquad el \quad dom\ f = IR \quad y \quad el \quad rec\ f = IR_0^+$

$b)\quad f(x) = 5x^3 \qquad el \quad dom\ f = IR \quad y \quad el \quad rec\ f = IR$

$c)\quad f(x) = -7x^6 \qquad el \quad dom\ f = IR \quad y \quad el \quad rec\ f = IR_0^-$

$d)\quad f(x) = -3x^{-7} \qquad el \quad dom\ f = IR - \{0\} \qquad y \quad el \quad rec\ f = IR - \{0\}$

$e)\quad f(x) = 2x^{-2} \qquad el \quad dom\ f = IR - \{0\} \qquad y \quad el \quad rec\ f = IR > 0$

PARTE II: Función Potencia (Traslaciones horizontales y verticales)

Posteriormente lee las paginas 116-117-118 y 123 del texto IV° Medio y debes desarrollar la actividad adjunta (Ítem 1 y 3) y enviarla al correo de tu profesora correspondiente profeloreto.scq@gmail.com o profesoracarolsv@gmail.com .Tu tarea será considerada hasta el domingo 2 de AGOSTO.

Atención

Las funciones g y h no son funciones potencia ya que no son de la forma $f(x) = ax^n$, sino que pertenecen a otro tipo de funciones llamado **funciones polinomiales.**

Las funciones polinomiales se pueden formar sumando múltiplos de potencias de x con exponentes enteros positivos o cero; por ejemplo: $f(x) = 2x^4 + 6x^3 + x - 7$.

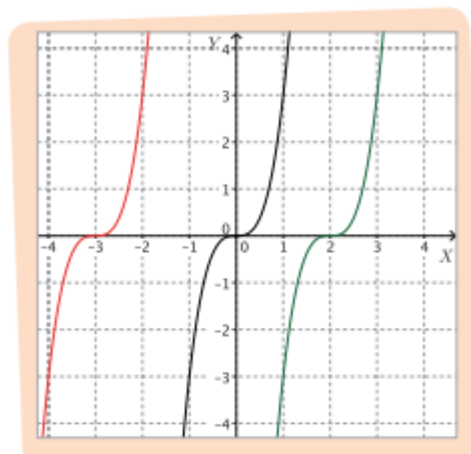
En el curso anterior aprendiste que la gráfica de una función cuadrática se puede trasladar hacia la derecha, izquierda, arriba o abajo. Con la gráfica de una función potencia puedes hacer lo mismo.

La figura muestra las gráficas de las siguientes funciones.

$f(x) = 3x^3$

$g(x) = 3(x+3)^3$

$h(x) = 3(x-2)^3$



La forma de la gráfica de las tres funciones es la misma, solo se diferencian en que están trasladadas horizontalmente. En el eje X, la gráfica de f pasa justo por el origen. La gráfica de g interseca al eje X en el punto (–3, 0), es decir, está trasladada 3 unidades hacia la izquierda respecto de la gráfica de f. Finalmente, la gráfica de h interseca al eje X en el punto (2, 0). Por lo tanto, se encuentra trasladada 2 unidades a la derecha respecto de la gráfica de f.

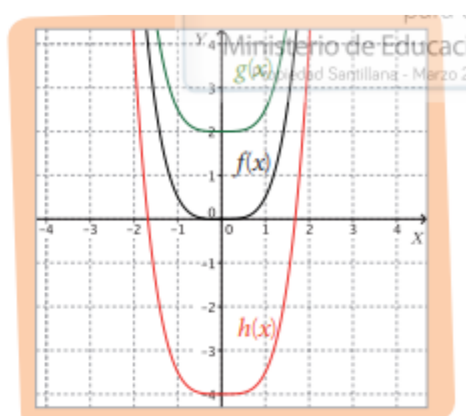
Luego, podemos concluir que si c es un número positivo, la gráfica de la función $f(x) = a(x+c)^n$ está trasladada c unidades a la izquierda respecto de $f(x) = ax^n$ y la gráfica de $f(x) = a(x-c)^n$ está trasladada c unidades a la derecha respecto de $f(x) = ax^n$.

En la siguiente figura se muestran las gráficas de las funciones:

$f(x) = \frac{1}{2}x^4$

$g(x) = \frac{1}{2}x^4 + 2$

$h(x) = \frac{1}{2}x^4 - 4$

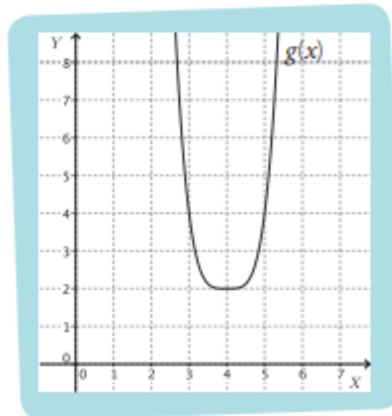


Las gráficas de las funciones g y h están trasladadas verticalmente respecto de la gráfica de f. En el caso de g, su gráfica está trasladada 2 unidades arriba de la de f. Por otra parte, la gráfica de h está trasladada 4 unidades abajo de la gráfica de f.

Por lo tanto, podemos concluir que si c es un número positivo, la gráfica de la función $f(x) = ax^n + c$ está trasladada c unidades hacia arriba respecto de $f(x) = ax^n$ y la gráfica de la función $f(x) = ax^n - c$ está trasladada c unidades hacia abajo respecto de $f(x) = ax^n$.

¿Cómo hacerlo?

Determina la función g cuya gráfica está representada en la figura, si se sabe que corresponde a una traslación de $f(x) = 2x^4$.



El vértice de la función g es el punto (4, 2). Dado que el vértice de f es (0, 0), entonces la gráfica de g está trasladada 4 unidades hacia la derecha y 2 hacia arriba respecto de f.

Luego, la función g corresponde a:

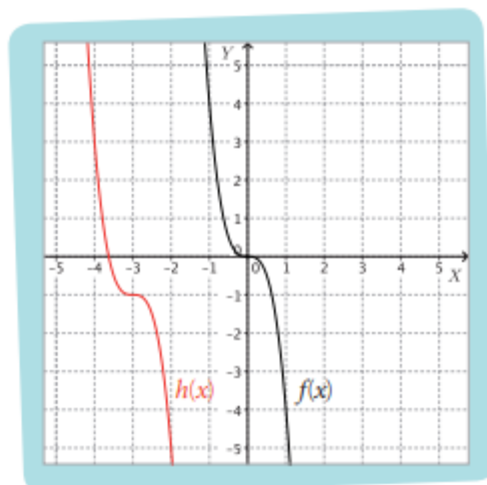
$$g(x)= 2(x - 4)^4 + 2$$

Traslación de 4 unidades hacia la derecha.

Traslación de 2 unidades hacia arriba.

¿Cómo hacerlo?

A partir de la gráfica de $f(x) = -4x^3$, esboza la gráfica de $h(x) = -4(x + 3)^3 - 1$.



La gráfica de h corresponde a una traslación de la de f. Observa:

$$h(x)= -4(x + 3)^3 - 1$$

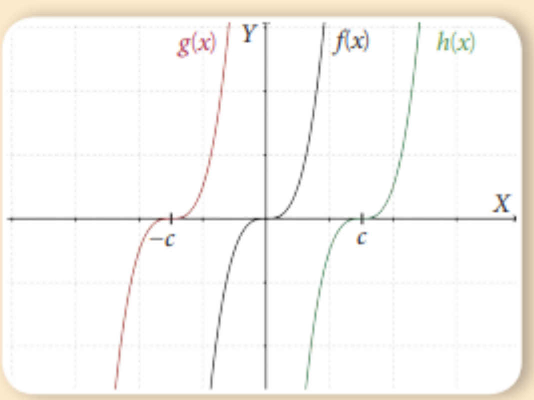
Traslación de 3 unidades hacia la izquierda.

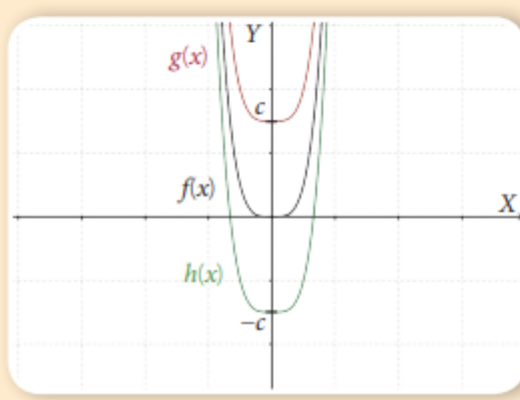
Traslación de 1 unidad hacia abajo.

Luego, a partir de la gráfica de f (de color negro), dibujamos la misma curva pero trasladada 3 unidades hacia la izquierda y una unidad hacia abajo. Por lo tanto, la gráfica de h es la que se muestra en la figura, de color rojo.

Tomo nota

- Sea $f(x) = ax^n$ y sea c un número positivo:
  - La gráfica de $g(x) = a(x + c)^n$ se traslada en c unidades hacia la izquierda con respecto a $f(x)$.
  - La gráfica de $h(x) = a(x - c)^n$ se traslada en c unidades hacia la derecha con respecto a $f(x)$.
  - La gráfica de $g(x) = ax^n + c$ se traslada en c unidades hacia arriba con respecto a $f(x)$.
  - La gráfica de $h(x) = ax^n - c$ se traslada en c unidades hacia abajo con respecto a $f(x)$.





Situaciones que involucran función potencia.

¿Cómo hacerlo?

Un grupo de bacterias se reproduce de tal manera que en un día la cantidad de microorganismos se puede duplicar, triplicar o cuadruplicar, dependiendo de las condiciones ambientales que existan. Si inicialmente hay 2 bacterias, ¿cuántas habrá después de una semana, en cada caso?

El crecimiento de bacterias lo podemos modelar con una función potencia. Como la cantidad inicial de bacterias es 2 y se pide la cantidad de bacterias luego de 7 días (una semana), podemos modelar la situación mediante una función potencia de la forma: $f(x) = 2x^6$, donde x es la tasa de crecimiento de las bacterias y $f(x)$ es la cantidad de bacterias después de una semana. Dado que la tasa de crecimiento puede ser 2, 3 o 4, tenemos:

$f(2) = 2 \cdot 2^6 = 2 \cdot 64 = 128$ bacterias.

$f(3) = 2 \cdot 3^6 = 2 \cdot 729 = 1\,458$ bacterias.

$f(4) = 2 \cdot 4^6 = 2 \cdot 4\,096 = 8\,192$ bacterias.

Por lo tanto, si las bacterias se duplican, al cabo de una semana habrá 128; si se triplican, habrá 1 458; y si se cuadruplican habrá 8 192 bacterias.

Tomo nota

- Una **progresión aritmética** es una secuencia numérica en la cual cada término, excepto el primero, se obtiene de sumar al término anterior una cantidad constante llamada **diferencia**. El término general está dado por la expresión $a_n = a_1 + d(n - 1)$.
- Una **progresión geométrica** es una secuencia numérica en la cual cada término, excepto el primero, es igual al anterior multiplicado por una cantidad constante llamada **razón**. En una progresión geométrica, el término n-ésimo está dado por la expresión $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$.
- Una progresión geométrica puede modelarse con la función potencia $f(x) = ax^{n-1}$, donde $f(x)$ es el término n-ésimo de una progresión geométrica con razón x y cuyo primer término es a.

La función potencia y sus traslaciones también se pueden aplicar en situaciones financieras; por ejemplo, cuando una persona deposita dinero en un banco durante un cierto tiempo el banco paga intereses. Una de las opciones es depositar el dinero definiendo una tasa de **interés compuesto**, durante un periodo de tiempo determinado.

En el interés compuesto los intereses obtenidos al final de un periodo se suman al capital inicial y el monto así obtenido se convierte en el nuevo capital para el cálculo de los intereses en el siguiente periodo; por ejemplo, si una persona deposita $ 2 000 por 5 años a una tasa de interés compuesto del 10 % anual, observa cómo podemos calcular su capital final a medida que pasan los años.

Periodo	Capital inicial	Interés	Capital final	Expresión
1	$ 2000	$2000 \cdot 0{,}1 = 200$	$ 2200	$C_f = C_i \cdot (1 + 0{,}1)^1$
2	$ 2200	$2200 \cdot 0{,}1 = 220$	$ 2420	$C_f = C_i \cdot (1 + 0{,}1)^2$
3	$ 2420	$2420 \cdot 0{,}1 = 242$	$ 2662	$C_f = C_i \cdot (1 + 0{,}1)^3$
4	$ 2662	$2662 \cdot 0{,}1 = 266{,}2$	$ 2928	$C_f = C_i \cdot (1 + 0{,}1)^4$
5	$ 2928	$2928 \cdot 0{,}1 = 292{,}8$	$ 3221	$C_f = C_i \cdot (1 + 0{,}1)^5$

Luego, el capital final al cabo de 5 años es $ 3 221.

La siguiente expresión permite calcular directamente el capital final C_f que se obtiene a partir de un capital inicial C_i en t años a una tasa de interés compuesto anual r:

$$C_f = C_i \cdot (1 + r)^t$$

En el ejemplo anterior, para calcular el capital final usando la expresión anterior, queda:

$$C_f = 2000 \cdot (1 + 0{,}1)^5 = 2000 \cdot 1{,}1^5 = 2000 \cdot 1{,}16051 = 3\,221{,}2$$

En el ejemplo:
$C_i = \$\,2\,000$
$r = 10\,\% = 0{,}1$
$t = 5$ años

Luego, el capital final al cabo de 5 años con una tasa de interés compuesto del 10 % anual es $ 3 221.

¿Cómo hacerlo?

Francisca depositó $ 32 000 con una tasa de interés compuesto de un 10 % anual. ¿Cuál será su capital final, al cabo de 4 años?

Para calcular el capital final de Francisca podemos utilizar la expresión $C_f = C_i \cdot (1 + r)^t$. Luego, si remplazamos por la información dada, tenemos:

$C_f = 32\,000 \cdot (1 + 0{,}1)^4$ Resolvemos la adición del paréntesis.

$C_f = 32\,000 \cdot (1{,}1)^4$ Desarrollamos la potencia.

$C_f = 32\,000 \cdot 1{,}4641$ Multiplicamos los términos del lado derecho.

$C_f = 46\,851{,}2$

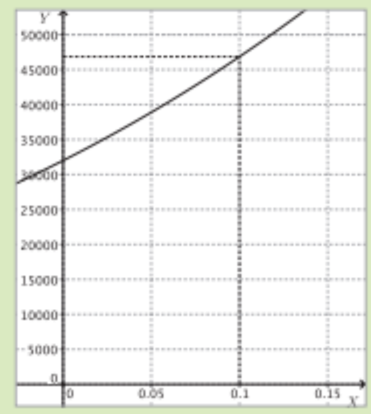
Luego, el capital final de Francisca, al cabo de 4 años, es $ 46 851.

Otra forma de resolver el problema anterior consiste en modelar la situación usando una función del tipo $f(x) = a \cdot (1 + x)^t$, donde $f(x)$ corresponde al capital final cuya tasa de interés anual es x. Las constantes a y t son el capital inicial y el periodo de tiempo de inversión, respectivamente. En este caso como $a = 32\,000$ y $t = 4$, entonces la función queda $f(x) = 32\,000 \cdot (1 + x)^4$.

Si graficamos f usando un *software*, obtendremos que para $x = 0{,}1$, el valor de $f(x)$ es un número comprendido entre 45 000 y 50 000. Luego, acercándonos lo suficiente, llegaremos finalmente a que $f(0{,}1) = 46\,851{,}2$.

¿Lo entiendes?

En el ejemplo, ¿por qué el capital final es 46 851 y no 46 851,2? Justifica.



Tomo nota

- **Podemos utilizar la función potencia y sus traslaciones para modelar situaciones de interés compuesto, por medio de la expresión:**

$$f(x) = a \cdot (1 + x)^t$$

donde $f(x)$ es el capital final obtenido al invertir un capital inicial a con una tasa de interés compuesto anual x, durante un periodo de tiempo t, en años.

Actividades **resuelve los siguientes ejercicios**

(no prestes atención al orden de los itemes)

1. A partir de la gráfica de la función $g(x) = x^5$, dibuja la gráfica de las siguientes funciones.

a. $f(x) = -x^5$

b. $h(x) = x^5 + 1$

c. $h(x) = (x - 2)^5$

d. $q(x) = (x + 1)^5 - 2$

3. Hugo, Alicia y Camila depositaron cada uno $ 32 000 en sus cuentas con una tasa de interés compuesto anual, durante 3 años. Hugo realizó el depósito con una tasa del 2 % anual, Alicia lo realizó con un 0,05 % anual y Camila, con un 1 % anual.

a. Determina la función que te permite modelar la situación anterior.

b. Al cabo de los 3 años, ¿quién obtuvo mayor ganancia?, ¿cuánto más?

c. ¿Cuál es la diferencia entre lo que recibió Camila y Alicia?

17. ¿Cuál es el recorrido de la función $f(x) = (x + 5)^8$?

A. $\mathbb{R}$

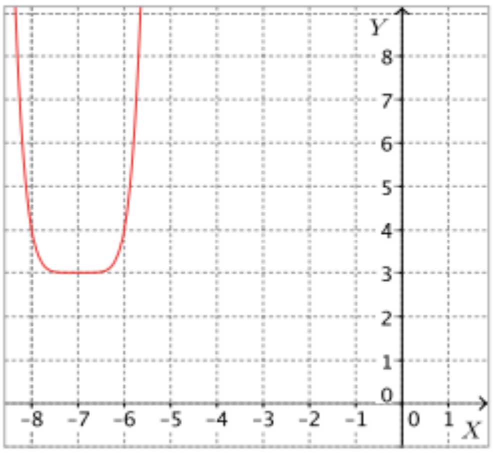
B. $\mathbb{R}^+$

C. $\{x \in \mathbb{R} / x > 5\}$

D. $\{x \in \mathbb{R} / x < 5\}$

E. $\mathbb{R}^+_0$

20. ¿A que función corresponde la siguiente gráfica?



A. $f(x) = (x + 3)^6 + 7$
B. $f(x) = (x - 3)^6 + 7$
C. $f(x) = (x + 7)^6 + 3$
D. $f(x) = (x - 3)^6 - 7$
E. $f(x) = (x - 7)^6 + 3$

21. ¿Cuál o cuáles de las siguientes funciones tienen su gráfica en el segundo y cuarto cuadrante?

I. $f(x) = x^5$
II. $f(x) = -5x^3$
III. $f(x) = 2x^{-3}$

A. Solo I
B. Solo II
C. Solo III
D. Solo I y II
E. Solo II y III

28. Si Constanza realiza la inversión con una tasa de interés anual de 8 %, ¿cuál es el capital final, al cabo de los 4 años?

A. $ 21 767
B. $ 30 236
C. $ 64 000
D. $ 65 536
E. $ 104 976

29. ¿Cuál es el dominio de la función $f(x) = ax^n$?, si:

(1) $a = 4$
(2) $n = 3$

A. (1) por sí sola.
B. (2) por sí sola.
C. Ambas juntas, (1) y (2).
D. Cada una por sí sola, (1) o (2).
E. Se requiere información adicional.

31. **Andrés invirtió una cantidad de dinero a 5 años con una tasa de interés compuesto. ¿Cuál será su capital final al cabo de ese tiempo?, si:**

(1) La tasa de interés es de un 7 % anual.

(2) El capital inicial fue de $ 76 000.

A. (1) por sí sola.

B. (2) por sí sola.

C. Ambas juntas, (1) y (2).

D. Cada una por sí sola, (1) o (2).

E. Se requiere información adicional.

Te invito a revisar los videos correspondientes a las clases de matemática IV° medio (A-B-C)

Clase on line n°1:	**https://youtu.be/C9Ef8SqkfEY**
Clase on line n°2:	**https://youtu.be/D13DK5K9x7M**
Clase on line n°3:	**https://youtu.be/rt3__8rSAbc**
Clase on line n°4:	**https://youtu.be/d5zxEMtVSAo**

Invitaciones a nuestra próxima clase:

Tema: Clase on line N°5 (MATEMATICA IV°A), PROF: LORETO CONTRERAS
Hora: 28 jul 2020 10:00 AM Santiago

Unirse a la reunión Zoom
https://us04web.zoom.us/j/77064932543?pwd=UE9PcE5CbmJhNk9kYW52S29CeHF1Zz09

ID de reunión: 770 6493 2543
Código de acceso: 4nHb6N

Tema: Clase on line N°5 (MATEMATICA IV°B), PROF: LORETO CONTRERAS
Hora: 28 jul 2020 11:00 AM Santiago

Unirse a la reunión Zoom
https://us04web.zoom.us/j/78796295784?pwd=TFhuMWdmNDBJMWhOVDVHam90eHBEdz09

ID de reunión: 787 9629 5784
Código de acceso: 2ncD00

Tema: CLASE ONLINE N°5 MATEMÁTICA IV° MEDIO C
Hora: 29 jul 2020 11:30 AM Santiago

Unirse a la reunión Zoom
https://us04web.zoom.us/j/72614725249?pwd=S1FHbkhHMXRENkRZZWRTS3diUjZIdz09

ID de reunión: 726 1472 5249
Código de acceso: 6r8zNW

¡no olvides lavarte las manos constantemente, cuídate y protege a tu familia!