SESIÓN PREVIA A LA GUÍA N°14: 15 MIN.

SOLUCIONARIO GUÍA DE TRABAJO N°13

SEMANA DESDE EL 29 DE JUNIO AL 3 DE JULIO

Ejercicios presentes en el "modelo de prueba de transición". Se solicitó enviar 2 de ellos al correo de la profesora.

- **Ejercicio 1:** que corresponde al ejercicio 46. (contenido presente en las Guías N°8 a la 11)

Si los puntos $A(0,0)$, $B(2,0)$, $C(x,x)$ y $D(0,2)$, con $x>0$, son los vértices de un cuadrilátero ABCD en el plano cartesiano, ¿cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** el perímetro de dicho cuadrilátero, en unidades?

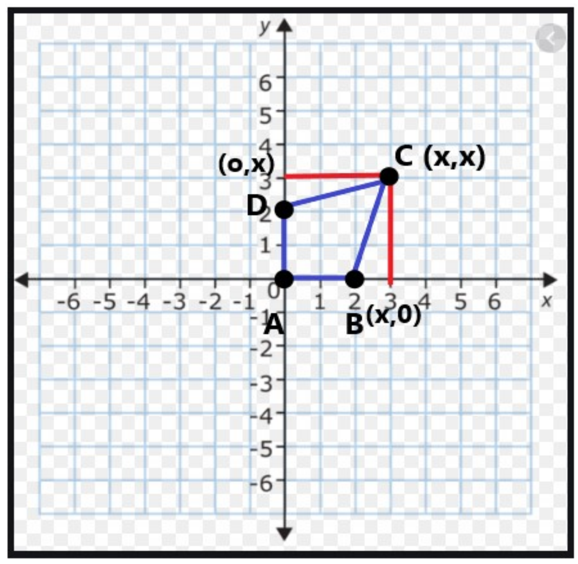
A) $4+2x$

B) $4+2\sqrt{(x-2)^2+x^2}$

C) $4+2\left((x-2)^2+x^2\right)$

D) $4+\sqrt{(x-2)^2+x^2}$

E) $4+2\sqrt{(x+2)^2-x^2}$



Solución: Los contenidos que trabajaremos en este ejercicio son los siguientes:
- Plano cartesiano
- Distancia entre 2 puntos
- Álgebra básica
- Perímetro de un cuadrilátero

Lo primero que haremos es obtener las distancias entre los vértices consecutivos para determinar las medidas de los lados de dicho cuadrilátero, y así luego obtener el perímetro como nos piden:

$A(0,0)\ y\ B(2,0)$

$$\begin{aligned} d_{AB} &= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \\ &= \sqrt{(0-0)^2+(2-0)^2} \\ &= \sqrt{0^2+2^2} \\ &= \sqrt{0+4} \\ &= \sqrt{4} \qquad \Rightarrow 2 \end{aligned}$$

$\therefore$ *la distancia entre A y B es* : 2

$A(0,0)\ y\ D(0,2)$

$$\begin{aligned} d_{AD} &= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \\ &= \sqrt{(2-0)^2+(0-0)^2} \\ &= \sqrt{2^2+0^2} \\ &= \sqrt{4+0} \\ &= \sqrt{4} \qquad \Rightarrow 2 \end{aligned}$$

$\therefore$ *la distancia entre A y D es* : 2

$B(2,0)\ y\ C(x,x)$

$$\begin{aligned} d_{BC} &= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \\ &= \sqrt{(x-0)^2+(x-2)^2} \\ &= \sqrt{x^2+(x-2)^2} \end{aligned}$$

$\therefore$ *la distancia entre B y C es* : $\sqrt{x^2+(x-2)^2}$

$D(0,2)\ y\ C(x,x)$

$$\begin{aligned} d_{DC} &= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \\ &= \sqrt{(x-2)^2+(x-0)^2} \\ &= \sqrt{(x-2)^2+x^2} \end{aligned}$$

$\therefore$ *la distancia entre D y C es* : $\sqrt{(x-2)^2+x^2}$

Entonces el perímetro del cuadrilátero es:

$$\begin{aligned} P &= d_{AB}+d_{AD}+d_{BC}+d_{DC} \\ &= 2+2+\sqrt{x^2+(x-2)^2}+\sqrt{(x-2)^2+x^2} \\ &= 4+\sqrt{(x-2)^2+x^2}+\sqrt{(x-2)^2+x^2} \\ &= 4+2\sqrt{(x-2)^2+x^2} \qquad (Alternativa\quad B) \end{aligned}$$

❖ **<u>Ejercicio 2</u>:** que corresponde al ejercicio 47. (contenido presente en la Guía N°12)

¿En cuál de las siguientes opciones se encuentra la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-5, 0)$ y $(3, -1)$?

A) $y = -\frac{x}{8} - \frac{5}{8}$

B) $y = \frac{x}{8} + \frac{5}{8}$

C) $y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$

D) $y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$

E) $y = -\frac{x}{8} + \frac{5}{8}$

Solución: <u>Contenido</u>: Ecuación de la recta.

Lueg, debemos reemplazar en la fórmula: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ los datos que nos entregan, es decir, los puntos $(-5, 0)$ y $(3, -1)$, entonces nos queda:

$$y - 0 = \frac{-1-0}{3--5}\ (x--5)$$
$$y = \frac{-1}{3+5}(x+5)$$
$$y = \frac{-1}{8}(x+5)$$
$$y = -\frac{x}{8} - \frac{5}{8} \quad \rightarrow ecuación\ principal \quad (Alternativa\ \ A)$$

❖ **<u>Ejercicio 3</u>:** que corresponde al ejercicio 48. (contenido presente en la Guía N°12)

¿Cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** la pendiente de la recta que tiene como ecuación $x + by = c$, con $b \neq 0$?

A) 1

B) $-\frac{1}{b}$

C) $\frac{1}{b}$

D) -1

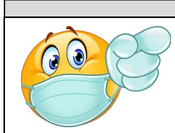
E) b

Solución: <u>Contenido</u>: Ecuación de la recta.

Para encontrar la pendiente de una recta debemos despejar la variable "y" de la ecuación general de la recta, es decir, expresarla en su forma principal: $y = mx + n$.

Entonces:

$$x + by = c\,, \qquad b \neq 0$$
$$by = -x + c$$
$$y = \frac{-x+c}{b}$$
$$y = -\frac{x}{b} + \frac{c}{b} \quad \Rightarrow m = -\frac{1}{b} \quad y \quad n = \frac{c}{b}$$
$$\therefore la\ \ alternativa\ \ correcta\ es\ la\ B$$



¡Cuídate mucho, lava constantemente tus manos…protege a tu familia!!!

Éxito y Cariños!!!

PRIMERA SESIÓN: 30 MIN.

Guía de Trabajo N°14 Matemática

(Desde el 06 al 10 de Julio)

Nombre	Curso	Fecha
	IVº	/ 07 / 2020

Los contenidos de esta guía estarán presentes en la Prueba de Admisión Transitoria (ex PSU) y son los siguientes:

- **Eje temático: Geometría**
  - **Unidad temática: Geometría analítica en 2D**

    Descripción: - Plano cartesiano (sistema cartesiano bidimensional 2D)
    - Ecuación de la recta
    - Pendiente de una recta e intercepto de esta con el eje de las ordenadas.
    - Tipos de rectas (paralelas, perpendiculares, secantes, etc.)

INSTRUCCIONES:

- El **tiempo estimado para el desarrollo de esta guía será de 45 minutos**.
- Los materiales que necesitarás para el desarrollo de esta guía serán los siguientes: lápiz mina, lápiz pasta, goma, saca puntas, cuaderno de la asignatura e internet. Este material puedes imprimirlo, desarrollarlo y archivarlo en la carpeta de la asignatura, puesto que será solicitado por el docente más adelante. **En el caso que no puedas imprimir esta guía deberás registrar el desarrollo en tu cuaderno.**
- El desarrollo de los ejercicios escríbelo con lápiz mina y la respuesta final escríbela con lápiz pasta.
- **En la Guía de Trabajo N° 15 se anexará la retroalimentación de esta guía**.

¡RECUERDA!

- **Recuerda que puedes hacer todas tus consultas y requerimientos que necesites al correo de tu profesora de la asignatura: profesoracarolsv@gmail.com en el siguiente horario: martes y jueves de 16:00 a 17:00 hrs.**

¡¡¡Ánimo y mucho éxito!!!

¡Hola! Un gusto saludarte nuevamente, espero que te encuentres muy bien.

Hoy continuaremos con Geometría analítica en 2D, contenido que también fue trabajado en III° Medio. Antes de comenzar con esta nueva sesión es necesario que hayas realizado la retroalimentación de las **Guías de Trabajo N°12 y N°13**, ya que son la base para lo que trabajaremos hoy.

Espero que las últimas clases online te hayan servido para aclarar dudas sobre los contenidos que hemos ido trabajando en las últimas guías y que están relacionadas con la prueba de Transición.

TIPOS DE RECTAS

❖ RECTAS PARALELAS

Dos rectas son paralelas si y sólo si sus pendientes son iguales.
Sean L_1 y L_2 rectas de pendientes m_1 y m_2 respectivamente (fig. 1). Entonces:

$$\boxed{L_1 \,//\, L_2 \;\; \textbf{si y sólo si} \;\; m_1 = m_2}$$

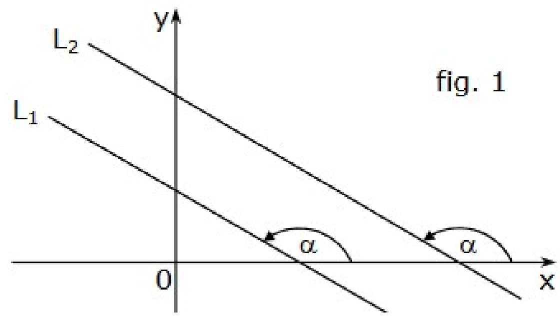
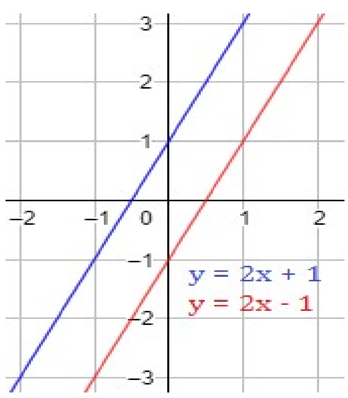
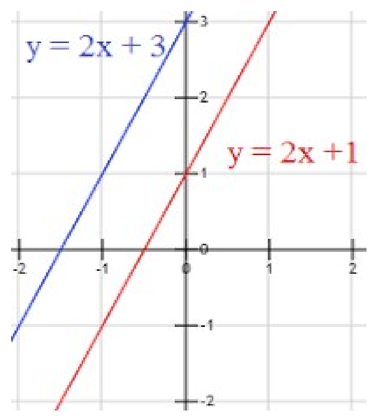


fig. 1

Las rectas paralelas son las que tienen la misma inclinación y no presentan ningún punto en común, esto significa que nunca se cruzan.

En las siguientes imágenes puedes observar rectas paralelas:





❖ RECTAS PERPENDICULARES

Dos rectas son perpendiculares si y sólo si el producto de sus pendientes es -1.
Sean L_1 y L_2 rectas de pendientes m_1 y m_2 respectivamente (fig. 2). Entonces:

$$\boxed{L_1 \perp L_2 \;\; \textbf{si y sólo si} \;\; m_1 \cdot m_2 = -1}$$

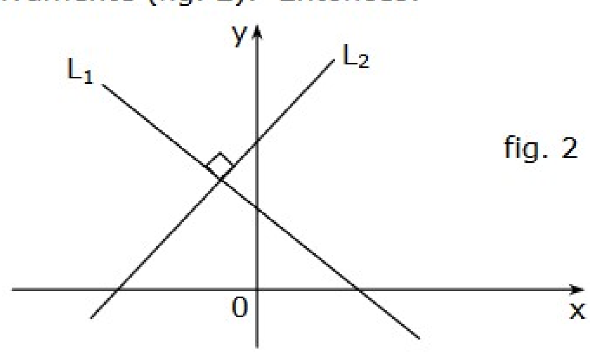
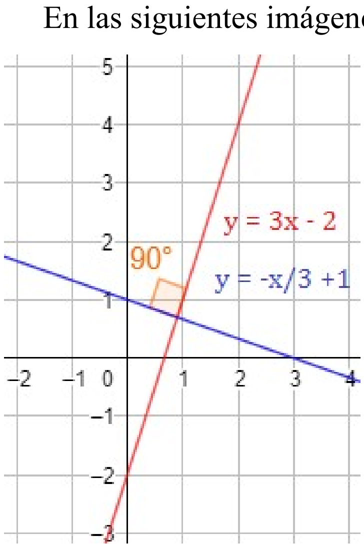
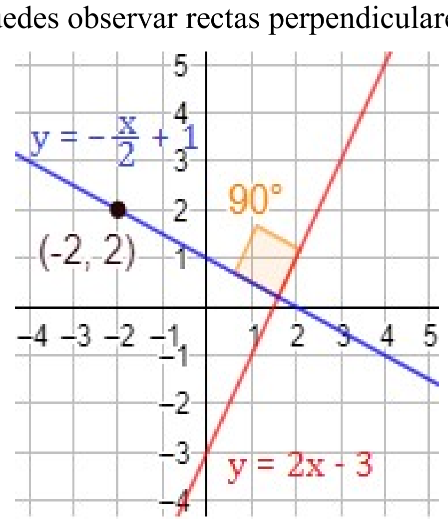


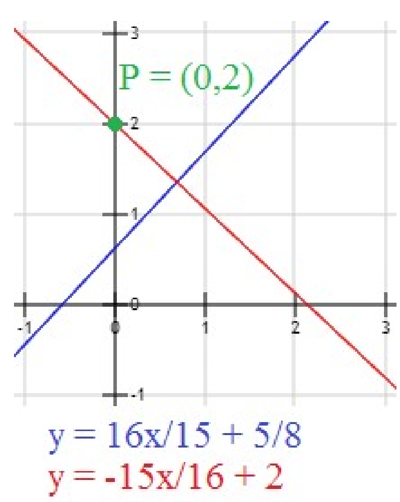
fig. 2

Dos rectas son perpendiculares cuando forman un ángulo recto (90°).

En las siguientes imágenes puedes observar rectas perpendiculares:

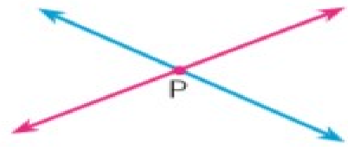






❖ RECTAS SECANTES

Dos rectas son secantes o concurrentes cuando se interceptan en un punto, en este caso P es el punto de intersección.



❖ RECTAS COINCIDENTES

Dos rectas son coincidentes cuando tienen todos sus puntos en común

EJEMPLOS

¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto (4, -1) y es paralela a la recta 2y – x + 8 = 0?

A) x – 2y – 2 = 0
B) 2x + y – 7 = 0
C) x – 2y + 6 = 0
D) x – 2y – 6 = 0
E) x – 2y + 9 = 0

Solución:

Primero: Transformar la ecuación, que nos entregan, a ecuación principal, es decir, despejar "y" para obtener la pendiente de la recta

$$2y - x + 8 = 0$$
$$2y = x - 8$$
$$y = \frac{x-8}{2}$$
$$y = \frac{x}{2} - 4 \quad \Rightarrow m_1 = \frac{1}{2}$$

Segundo: Como se sabe que las rectas son paralelas, entonces: $m_1 = m_2 = \frac{1}{2}$

Tercero: Ahora determinaremos la ecuación de la recta que pasa por el punto $(4,-1)$ y es paralela a la recta entregada en el enunciado:

Entonces debemos reemplazar en la fórmula: $y - y_1 = m(x - x_1)$ los datos que nos entregan, es decir, el punto $(4,-1)$ y $m_2 = \frac{1}{2}$, entonces nos queda:

$$y - -1 = \frac{1}{2}(x-4)$$
$$y + 1 = \frac{1}{2}x - 2$$
$$y = \frac{1}{2}x - 2 - 1$$
$$y = \frac{1}{2}x - 3 \quad \rightarrow ecuación\,principal$$

pero como las alternativas están en su forma general debemos transformar a la forma: Ax+By+C=0 $Ax + By + c = 0$

$$y = \frac{1}{2}x - 3 \quad /\cdot m.c.m = 2$$
$$2y = x - 6$$
$$0 = x - 2y - 6$$

Que corresponde a la **alternativa D**

¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto $(4,-3)$ y que es perpendicular a la recta que une lo puntos $(3,-2)$ y $(5,3)$?

a) $y=\frac{5}{2}x+\frac{7}{5}$

b) $y=\frac{2}{5}x+1$

c) $y=-\frac{2}{5}x-\frac{7}{5}$

d) $y=-\frac{5}{2}x+\frac{8}{5}$

Solución:

Primero: Necesitamos obtener la pendiente de la recta, y para ello tenemos dos puntos de dicha recta $(3,-2)$ y $(5,3)$, por ende aplicamos la fórmula

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3+2}{5-3}\Rightarrow m_1=\frac{5}{2}$$

Segundo: Como se sabe que las rectas son perpendiculares, entonces se debe cumplir que:

$$m_1\cdot m_2=-1,\quad \textit{reemplacemos el valor de}\ \ m_1=\frac{5}{2}$$

$$\frac{5}{2}\cdot m_2=-1$$

$$m_2=-1\cdot\frac{2}{5}$$

$$m_2=-\frac{2}{5}$$

Tercero: Ahora determinaremos la ecuación de la recta que pasa por el punto $(4,-3)$ y es perpendicular a la recta que se pasa por los puntos mencionados:

Entonces debemos reemplazar en la fórmula: $y-y_1=m(x-x_1)$ los datos que nos entregan, es decir, el punto $(4,-3)$ y $m_2=-\frac{2}{5}$, entonces nos queda:

$$y--3=-\frac{2}{5}(x-4)$$

$$y+3=-\frac{2}{5}x+\frac{8}{5}$$

$$y=-\frac{2}{5}x+\frac{8}{5}-3$$

$$y=-\frac{2}{5}x+\frac{8-15}{5}$$

$$y=-\frac{2}{5}x-\frac{7}{5}\rightarrow \textit{ecuación principal}$$

Que corresponde a la **alternativa C**

De las rectas $\begin{array}{l} L_1 : y = \frac{3}{7}x - 5 \\ L_2 : -6x + 14y + 28 = 0 \end{array}$ se puede decir que:

- **I.** Son paralelas
- **II.** Son perpendiculares
- **III.** Son coincidentes
- **IV.** Son secantes

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo III
d) Solo IV
e) Solo I y III

Solución:

Primero: Transformar la ecuación L_2, que nos entregan, a ecuación principal, es decir, despejar "y" para obtener la pendiente de la recta y luego poder comparar con la pendiente de la ecuación L_1

$$\begin{aligned} L_2 : -6x + 14y + 28 &= 0 \\ 14y &= 6x - 28 \\ y &= \frac{6}{14}x - \frac{28}{14} \\ y &= \frac{3}{7}x - 2 \quad \Rightarrow m_2 = \frac{3}{7} \; y \; n = -2 \end{aligned}$$

Entonces analicemos las 4 proposiciones:

I. Son paralelas

$$\Rightarrow m_1 = \frac{3}{7} \;\; y \;\; m_2 = \frac{3}{7} \quad \therefore \; m_1 = m_2, entonces \;\; son \;\; paralelas$$

II. Son perpendiculares

$$\Rightarrow m_1 \cdot m_2 = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} = \frac{9}{49} \neq -1 \quad \therefore \; no \quad son \;\; perpendiculares$$

III. Son coincidentes

$$\Rightarrow n_1 = -5 \;\; y \;\; n_2 = -2 \quad \therefore \; como \;\; n_1 \neq n_2, entonces \; no \; son \; coincidentes$$

IV. Son secantes

Como ya sabemos por **(I)** las rectas son paralelas, por ende, no pueden ser secantes, ya que al ser paralelas no se tocan en ningún punto.

Por lo tanto, se puede decir que solamente son: PARALELAS, por ende, corresponde a la alternativa A

SEGUNDA SESIÓN: 15 MIN.

¡AHORA TE TOCA HACERLO A TI!

Ejercicios propuestos:

- **Ejercicio 1:** De las siguientes rectas, ¿cuáles son perpendiculares a la recta de ecuación $5x - 4y + 7 = 0$?

I. $4x + 5y - 28 = 0$

II. $y = \frac{4}{5}x - 6$

III. $y = -\frac{5}{4}x + 9$

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo I y II
d) Solo I y III
e) Solo II y III

- **Ejercicio 2:** ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2,-3)$ y es paralela a la recta que uno los puntos $(4, 1)$ y $(-2, 2)$?

a) $x + 6y + 16 = 0$

b) $x + 6y - 10 = 0$

c) $x + 6y - 20 = 0$

d) $x - 6y - 20 = 0$

e) $6x + y - 9 = 0$

- **Ejercicio 3:** ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto $(5, -1)$ y es perpendicular a la recta $L_1 : y = \frac{2}{3}x - 6$?

a) $y = -\frac{3}{2}x + \frac{13}{2}$

b) $y = -\frac{2}{3}x + 7$

c) $y = \frac{2}{3}x - \frac{13}{2}$

d) $y = \frac{3}{2}x - 8$

e) $y = -\frac{3}{2}x - 8$

Espero que hayas entendido estos conceptos.
Recuerda que en la próxima guía estarán las soluciones de esta actividad. Y podremos seguir avanzando en geometría analítica en 2D.

¡cuídate mucho! ¡Éxito en todo!