Colegio San Carlos de Quilicura
Matemática/Cuarto Medio
Loreto Contreras/Carol Soto/2020

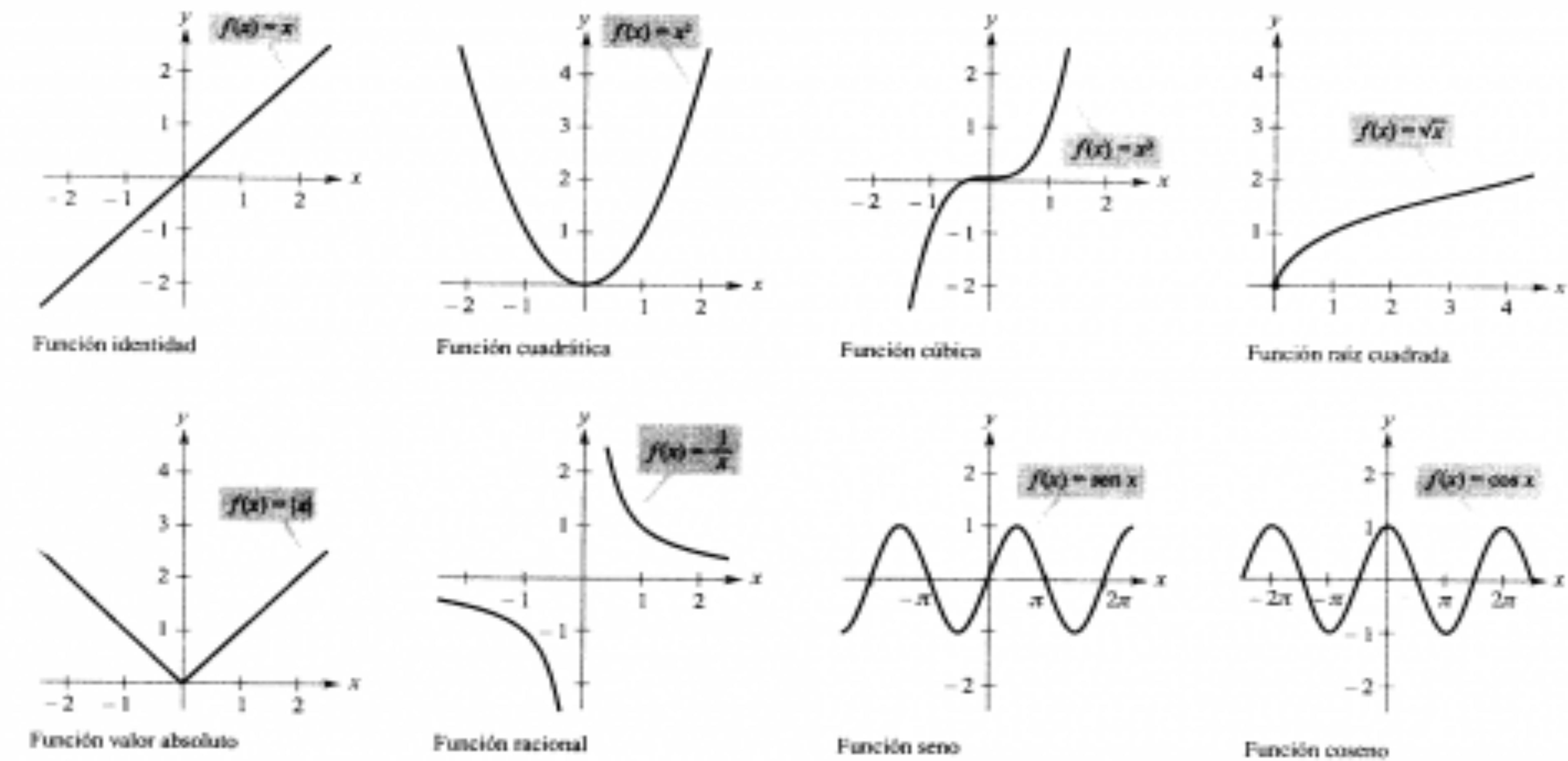
Funciones

Dominio y recorrido de funciones-

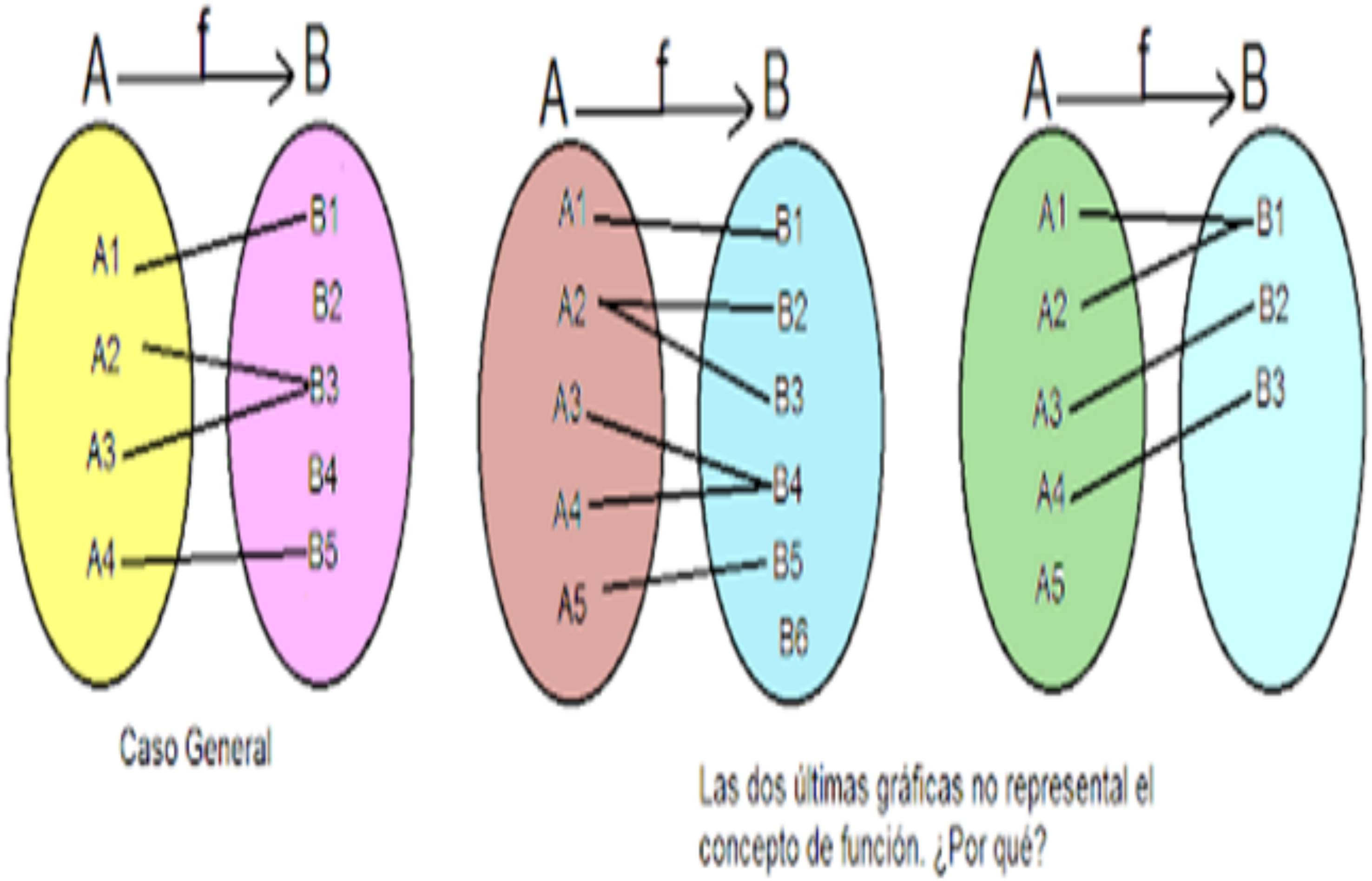
Tipos de funciones: funciones inyectivas, funciones sobreyectivas y funciones biyectivas

PROFESORA: LORETO CONTRERAS.

Tipos de funciones:



Tipos de funciones en diagrama de Venn (diagrama sagital)



Para que una relación sea una función deben cumplirse las siguientes reglas:

1° cada elemento el conjunto del dominio (preimagenes) debe tener un y solo un único elemento del condominio (imágenes).

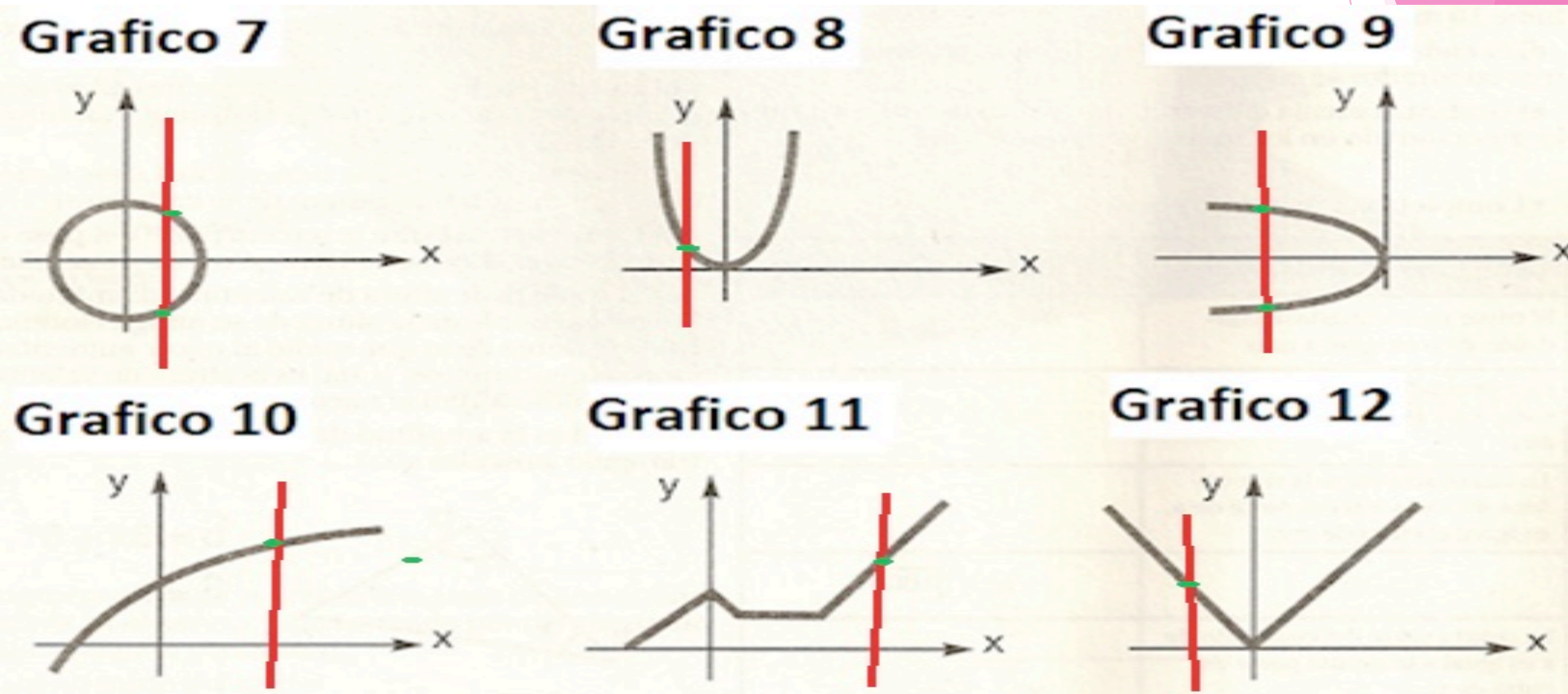
2° no deben sobrar elementos en el conjunto del dominio.

Entonces las ultimas dos diagramas no son función porque:

En el penúltimo diagrama la preimagen A2 tiene dos imágenes (B2 y B3) en el conjunto de llegada.

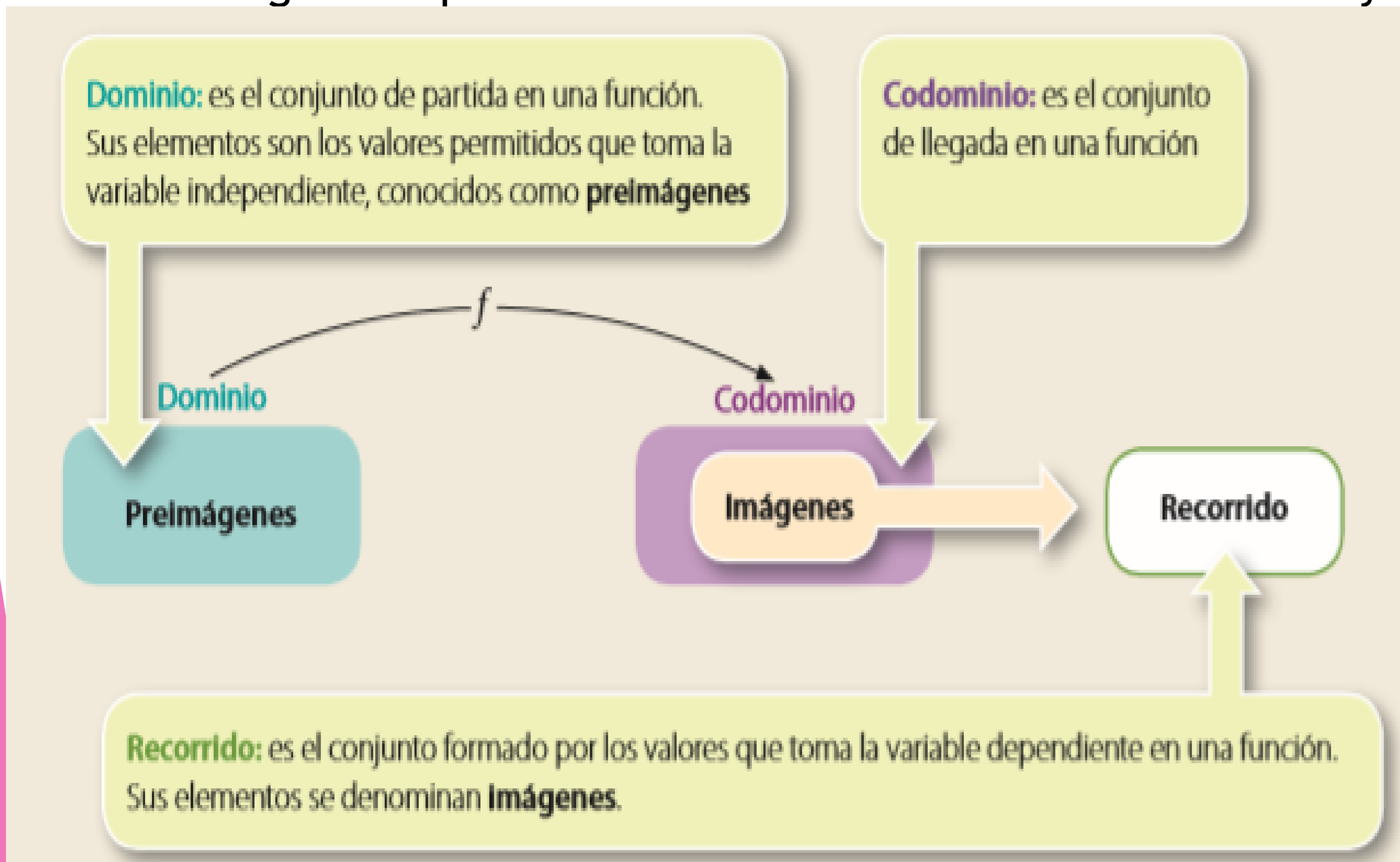
Y en el último diagrama la preimagen A5 no tiene una imagen en el conjunto de llegada.

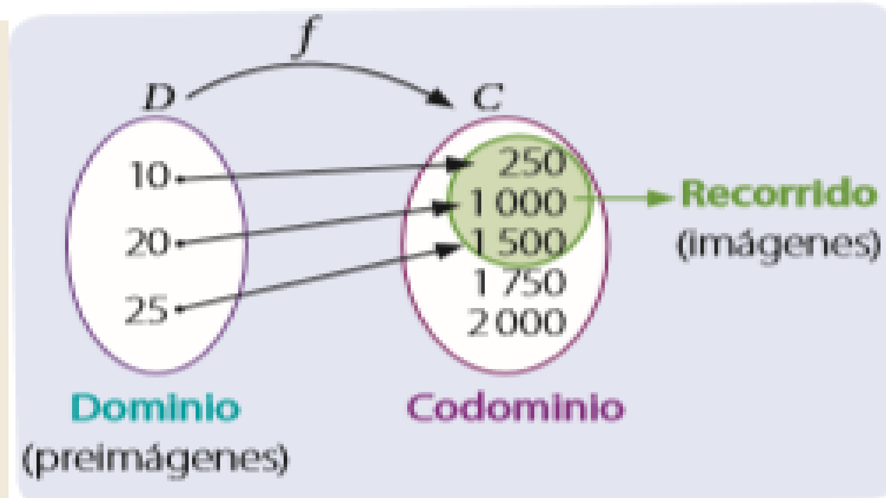
Para identificar si una grafica es o no es una función debemos dibujar una (o mas rectas) paralela(s) al eje y , si esta recta intersecta a la gráfica en un solo punto , entonces corresponde a una función. Si la recta intersecta en más de un punto entonces no es una función . Por ejemplo: (los gráficos 7 y 9, no son funciones porque se intersectan en más de un punto)



Función:

Sea la función f: $D \longrightarrow C$ (la función f de D a C). Donde D es el conjunto del dominio (conjunto de las preimagenes o valores de “x”)y C es el conjunto del codominio (conjunto de las imágenes o posibles valores del recorrido o valores de “y”)





En la funcion f representada en el diagrama anterior , se presentan respectivamente: el dominio, codominio y recorrido.

$Dom\, f = \{10, 20, 25\}$

$Codom\, f = \{250, 1\,000, 1\,500, 1\,750, 2\,000\}$

$Rec\, f = \{250, 1\,000, 1\,500\}$

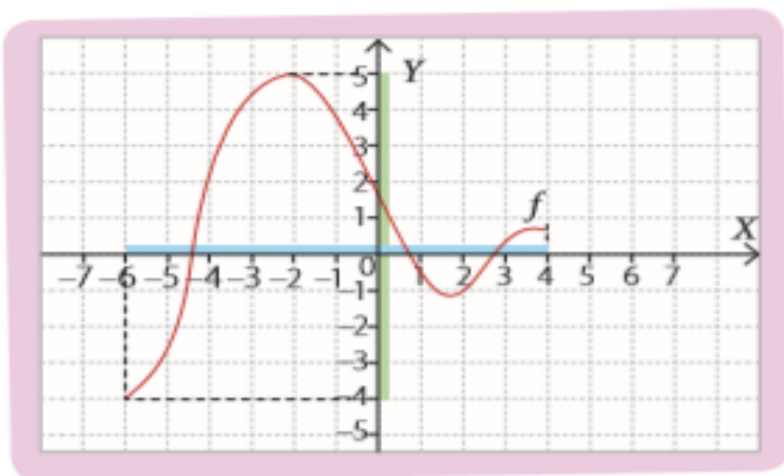
Además, como por ejemplo $f(10) = 250$, entonces 250 es la imagen de 10, o bien, 10 es la preimagen de 250.

¿Cómo encontrar el dominio de una función ?

A partir de la representación algebraica de una función podemos determinar su dominio, considerando las restricciones que tiene la variable x.

Por ejemplo, si $f(x) = \frac{3}{x-2}$, entonces x no puede ser igual a 2 ya que la función se indefiniría. Por lo tanto, el dominio de la función es $dom\, f = \mathbb{R} - \{2\}$.

Asimismo, si conocemos la gráfica de una función, podemos estimar el dominio y el recorrido de f observando cuál es su proyección respecto del eje X, para el dominio, y cuál es respecto del eje Y, para el recorrido.



A partir de la gráfica anterior, podemos analizar que los valores que toma la variable independiente x pertenecen al intervalo $[-6, 4]$, pintados con color celeste; y todos los valores que toma la variable dependiente y pertenecen al intervalo $[-4, 5]$, pintados con color verde.

Por lo tanto $dom\, f = \{x \in \mathbb{R} / -6 \leq x \leq 4\}$ y $rec\, f = \{y \in \mathbb{R} / -4 \leq y \leq 5\}$.

Dom f = [-6, 4]
Rec f = [-4, 5]

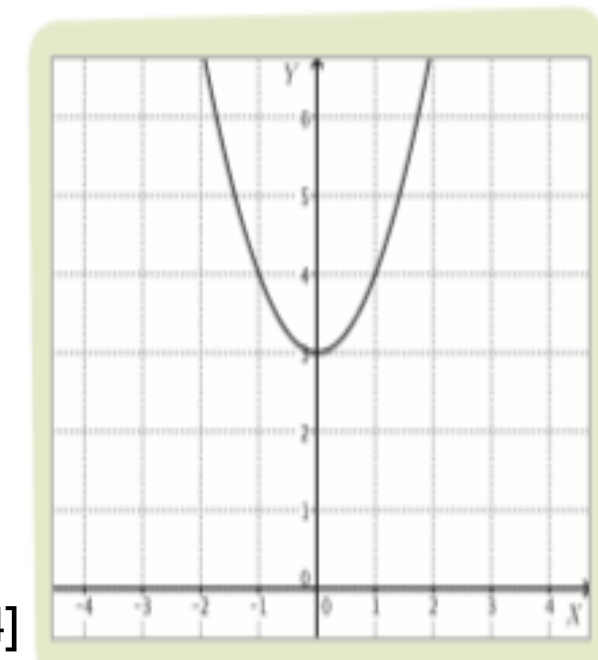
¿Cómo hacerlo?

Determina el dominio y el recorrido de la función $f(x) = x^2 + 3$.

f es una función cuadrática con vértice en el punto (0, 3) y cóncava hacia arriba (o bien, convexa), tal como se muestra en la gráfica.

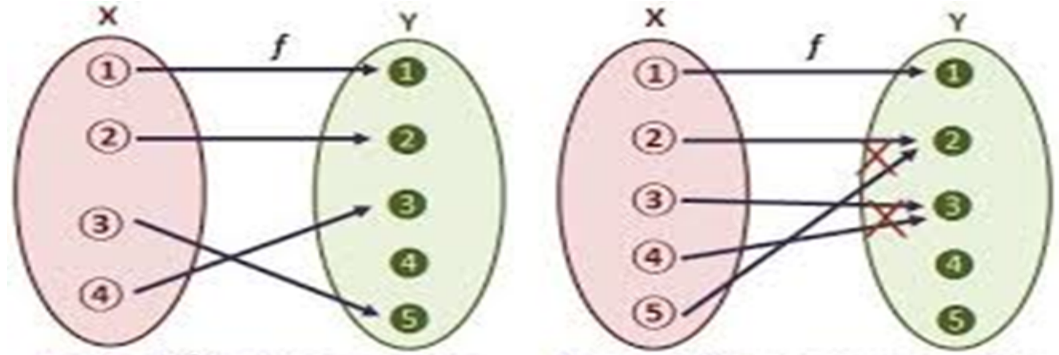
Tenemos que x puede tomar cualquier valor en los números reales. Por lo tanto $dom\, f = \mathbb{R}$.

Por otra parte, observa que en la gráfica los valores que puede tomar y, son solo los números reales mayores o iguales que 3. Por lo tanto: $rec\, f = \{y \in \mathbb{R} / 3 \leq y\}$



Dom f =]-oo ,+oo[
Rec f = [3, +oo[

Funcion inyectiva: Es cuando a diferentes elementos del dominio le corresponden distintos elementos del codominio, o bien , si a cada elemento de la imagen se le asocia con uno y solo un elemento del dominio.

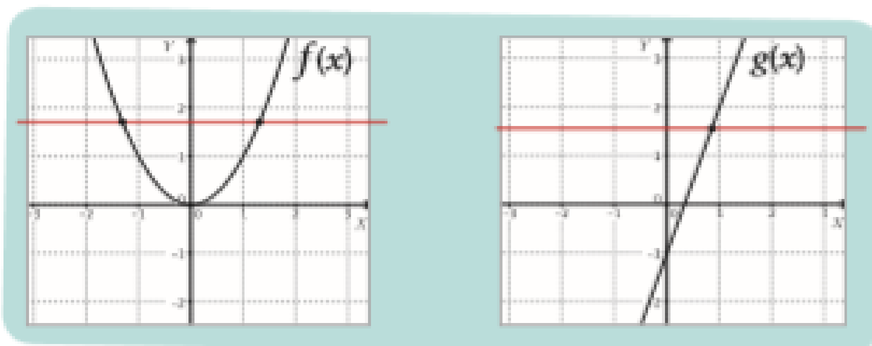


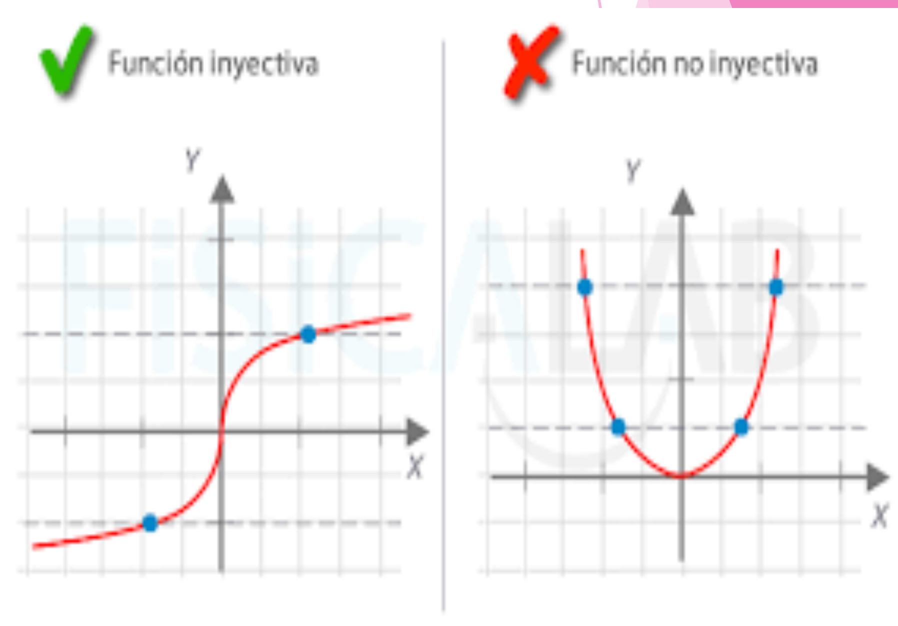
Función inyectiva   Función no inyectiva

¿Cómo hacerlo?

Sean las funciones $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = x^2$ y $g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, con $g(x) = 3x - 1$. Determina si f y g son inyectivas.

Al graficar las funciones f y g, nos queda:

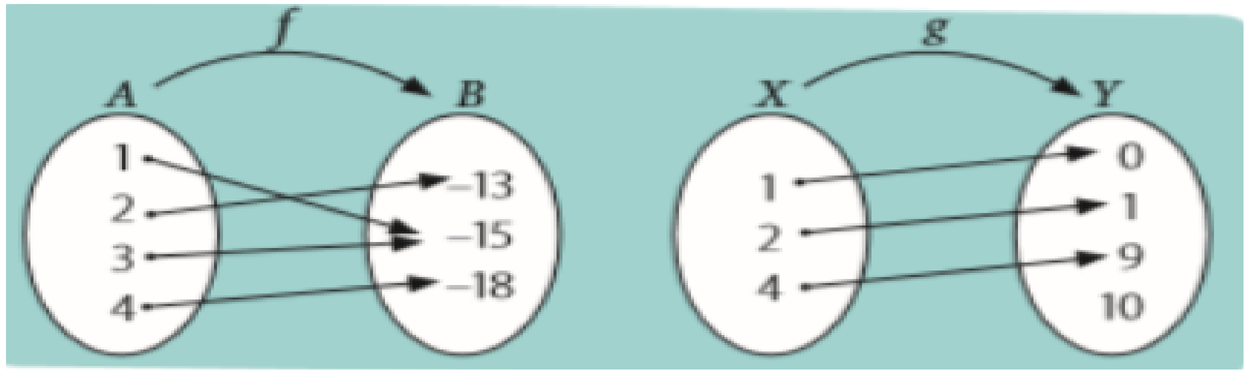




En el caso de f, la recta horizontal interseca a la curva en dos puntos, por lo tanto, la función no es inyectiva. Por otro lado, en el caso de g, cualquier recta horizontal interseca a la gráfica de la función en un solo punto. Luego g es inyectiva.

Función sobreyectiva o epiyectiva:

Es cuando todos los elementos del conjunto de llegada (codominio) son imagen de por lo menos un elemento del dominio , es decir, no pueden sobrar elementos en el conjunto de llegada que no tengan su preimagen. Por ejemplo en la función f: A $\longrightarrow$B es una función sobreyectiva ya que Rec f =B. por otro lado , la función g:X $\longrightarrow$Y no es sobreyectiva ya que hay elementos del conjunto de llegada que no son imágenes de ningún numero, en este caso, el 10.



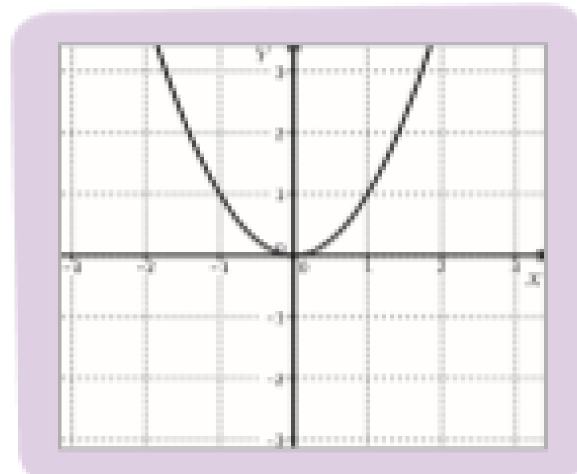
¿Cómo hacerlo?

Determina si la función f: $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida como $f(x) = x^2$ es sobreyectiva.

En la gráfica de f, que se muestra a la izquierda, tenemos que $rec\ f = \mathbb{R}^+_0$ ya que los valores que toma y son todos los números reales positivos y el 0. Luego, como el codominio de la función es el conjunto de los números reales, tenemos que

$$rec\ f \neq \mathbb{R}$$

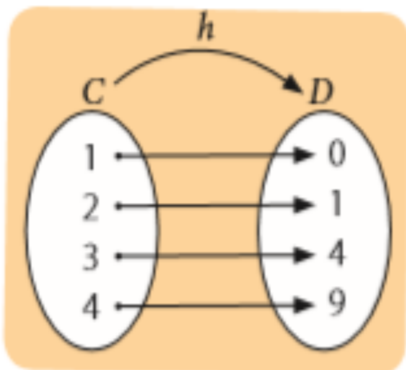
Por lo tanto, la función no es sobreyectiva.



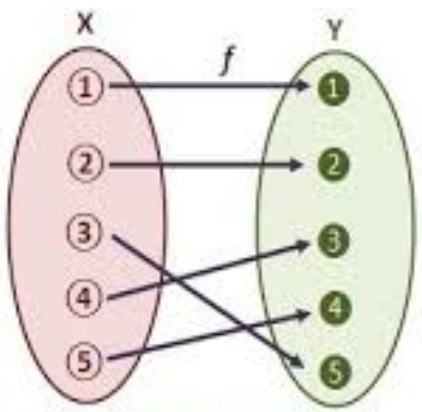
no es sobreyectiva

Función biyectiva: **es aquella que es inyectiva y sobreyectiva simultáneamente.**

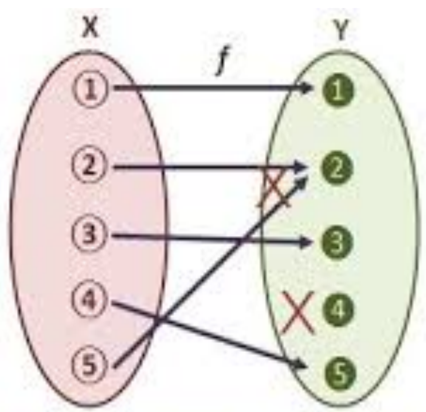
Una función f es **biyectiva** si es **inyectiva** y **sobreyectiva** a la vez, es decir, cuando todos y cada uno de los elementos del codominio son imagen de solo un elemento del dominio; por ejemplo, sea la función $h: C \longrightarrow D$ cuya representación es la siguiente:



Se tiene que la función h es biyectiva porque cada elemento del codominio D es imagen de solo un elemento del dominio C, es decir, h es inyectiva y sobreyectiva.



Función biyectiva



Función no biyectiva

¿Cómo hacerlo?

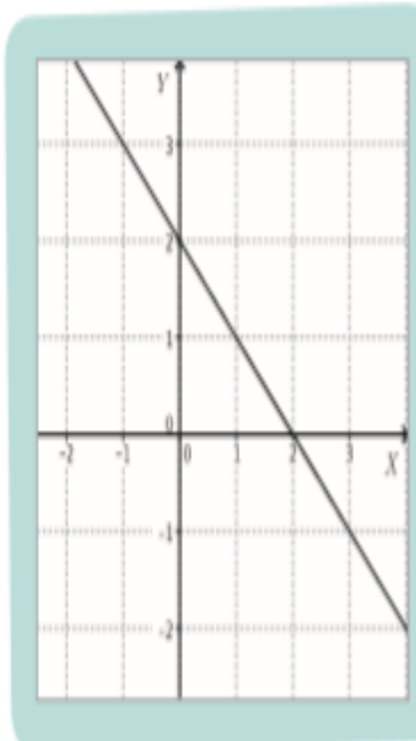
Determina si la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida como $f(x) = 2 - x$ es biyectiva.

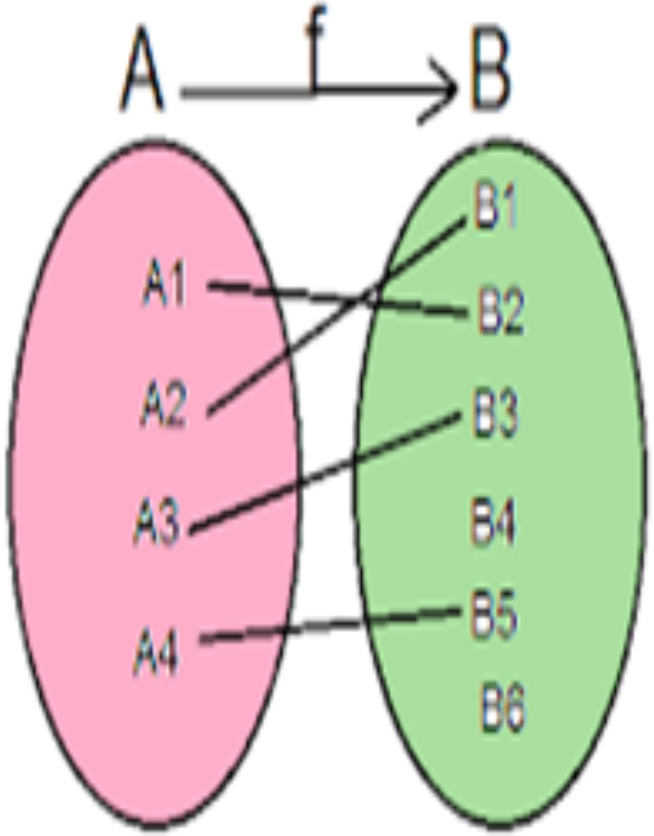
Para saber si la función f es biyectiva debemos verificar que sea inyectiva y sobreyectiva a la vez.

Si te fijas en la gráfica, cualquier recta horizontal interseca a la gráfica de la función en un solo punto. Por lo tanto, la función es inyectiva.

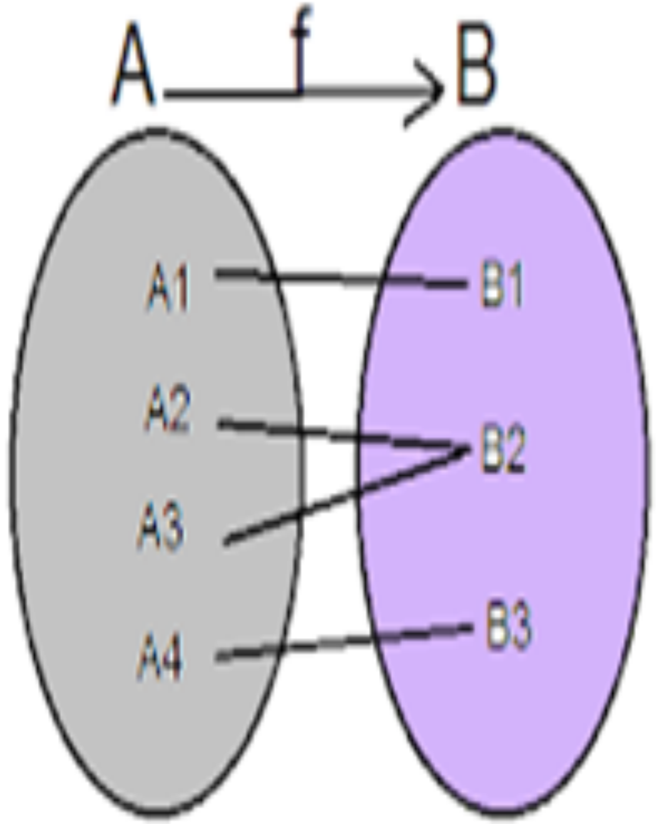
Por otro lado, a partir de la gráfica también podemos concluir que el recorrido de la función son todos los números reales, de modo que el recorrido es igual que el codominio, por lo tanto, la función es sobreyectiva.

Finalmente, como f es inyectiva y sobreyectiva, entonces f es biyectiva.

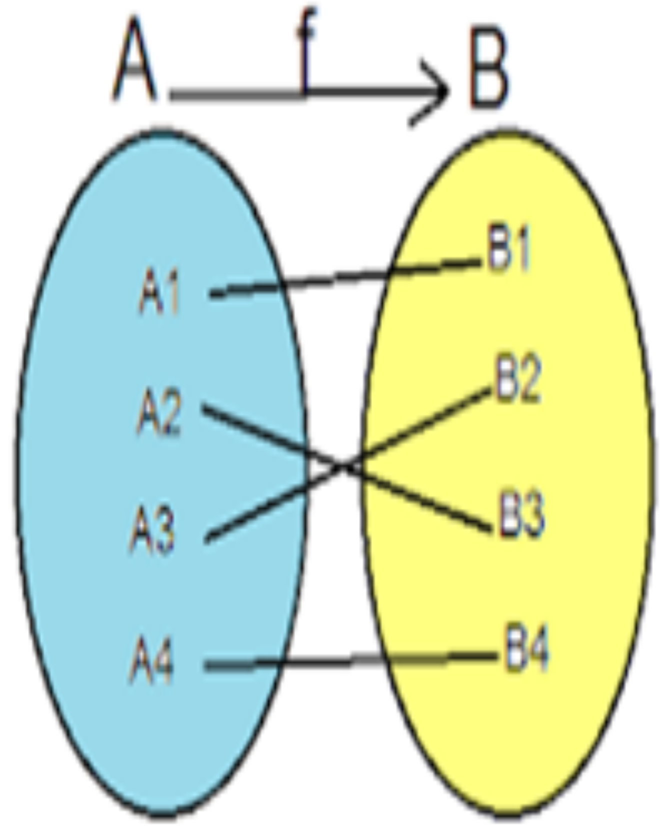




Función Inyectiva: dos elementos distintos de A están asociados con dos elementos distintos de B



Función Suprayectiva: todo elemento de B está asociado por lo menos con un elemento de A



Función Biyectiva: ocurre cuando a la vez es inyectiva y suprayectiva

3. Dados los conjuntos

$A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{10, 100, 1\,000, 10\,000\}$ y la función $f: A \longrightarrow B$ definida por $f(x) = 10^x$ para cada $x \in A$.

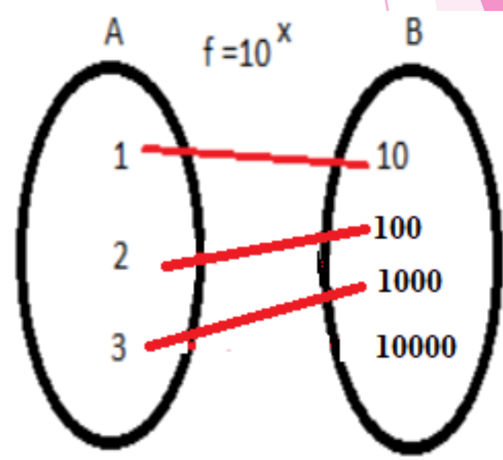
a. Representa con un diagrama sagital a f.

b. Establece el conjunto de pares ordenados de f.

c. Determina si f es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva.

a) Para representar el diagrama sagital de la función , primero debemos valorizar la función con cada valor de x para obtener el valor de y o f(x) :

$$f(1) = 10^1 = 10$$
$$f(2) = 10^2 = 100$$
$$f(3) = 10^3 = 1000$$



El dom f= { 1,2,3 } y el cod f= { 10,100,1000,10000 }
El rec f = { 10,100,1000 }

b) establecer esta función como pares ordenados (x ,y) , queda:
F={(1,10) , (2, 100) , (3, 1000)}

c) De acuerdo a la representación del diagrama sagital observamos que corresponde a una función inyectiva.

- Hemos llagado al final de esta clase , con el objetivo de aumentar tus conocimientos sobre las características de las funciones, como por ejemplo identificar el dominio y recorrido de una función a partir de una diagrama sagital, o de un método algebraico, o en una representación gráfica .

- Además a identificar tipos de funciones como: funciones inyectivas, función sobreyectivas (epiyectivas) y funciones biyectivas.

- Ahora cuentas con mas herramientas para enfrentar tus próximo desafíos matemáticos.

- Un abrazo gigante y cuídate mucho!!!!!