**Colegio San Carlos de Quilicura**
**MATEMÁTICA/CUARTO MEDIO DIFERENCIADO**
**CSV/2020**

## SOLUCIONARIO GUÍA DE TRABAJO N°11

**SEMANA DESDE EL 15 AL 19 DE JUNIO**

**En esta ocasión no hay solucionario de la guía anterior, debido a que solamente se realizó la primera clase Online y en ella se aclararon las dudas relacionadas con los ejercicios propuestos en la Guía N°10.**

**¡Cuídate mucho, lava constantemente tus manos…protege a tu familia!!!**

**Éxito y Cariños!!!**

**Colegio San Carlos de Quilicura**
**MATEMÁTICA/CUARTO MEDIO DIFERENCIADO**
**CSV/2020**

# Guía de Trabajo N°12 Matemática

**(Desde el 22 al 26 de Junio)**

| Nombre | Curso | Fecha |
| --- | --- | --- |
| | IVº | / 06 / 2020 |

**Los contenidos de esta guía estarán presentes en la Prueba de Admisión Transitoria (ex PSU) y son los siguientes:**

- **Eje temático: Geometría**
  - **Unidad temática: Geometría analítica en 2D**

  **Descripción: - Pendiente de una recta e intercepto de esta con el eje de las ordenadas.**
  **- Ecuación de la recta.**

**INSTRUCCIONES:**

- El **tiempo estimado para el desarrollo de esta guía será de 45 minutos**.
- Los materiales que necesitarás para el desarrollo de esta guía serán los siguientes: lápiz mina, lápiz pasta, goma, saca puntas, cuaderno de la asignatura e internet. Este material puedes imprimirlo, desarrollarlo y archivarlo en la carpeta de la asignatura, puesto que será solicitado por el docente más adelante. **En el caso que no puedas imprimir esta guía deberás registrar el desarrollo en tu cuaderno.**
- El desarrollo de los ejercicios escríbelo con lápiz mina y la respuesta final escríbela con lápiz pasta.
- **En la Guía de Trabajo N° 13 se anexará la retroalimentación de esta guía**.
- **Recuerda que puedes hacer todas tus consultas y requerimientos que necesites al correo de tu profesora de la asignatura: profesoracarolsv@gmail.com en el siguiente horario: martes y jueves de 16:00 a 17:00 hrs.**

**¡¡¡Ánimo y mucho éxito!!!**

**¡Hola! Un gusto saludarte nuevamente, espero que te encuentres muy bien.**

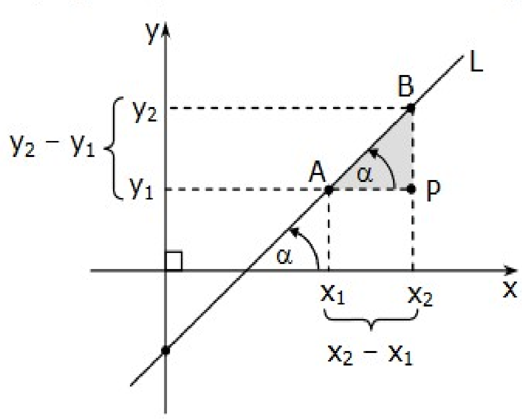
**Hoy continuaremos con un tema relacionado con Geometría analítica en 2D, contenido que también fue trabajado en III° Medio.**

**PENDIENTE DE UNA RECTA**

Es la tangente trigonométrica del ángulo de inclinación (ángulo que forma la recta con el eje x, en sentido antihorario, desde el eje x hacia la recta)

$$\boxed{m = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{BP}}{\overline{AP}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

$$\boxed{\textit{entonces: } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$



El resultado obtenido en la pendiente nos bosqueja una inclinación para la recta involucrada, es decir:

a) Si la **pendiente es positiva ($m > 0$)**, la recta será una diagonal ascendente (recta creciente).
b) Si la **pendiente es negativa ($m < 0$)**, la recta será una diagonal descendente (recta decreciente).
c) Si la **pendiente es igual a cero**, la recta será una horizontal

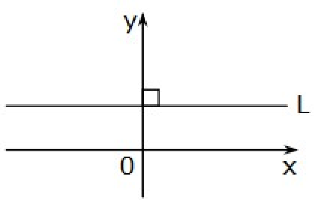
Para el caso particular de una recta vertical, la **pendiente no está definida**, ya que todos sus puntos tendrán igual abscisa (x), lo cual deja un resultado cero en el denominador de la fórmula para ella.

En algunos casos es necesario conocer la pendiente para determinar si 3 puntos son colineales (están en una misma recta), ya que al calcular las pendientes entre ellos se tendrá que debe ser el mismo valor. En caso contrario, estos 3 puntos al no ser colineales formarán un triángulo.

**RELACIÓN ENTRE EL ÁNGULO DE INCLINACIÓN Y LA PENDIENTE DE LA RECTA**

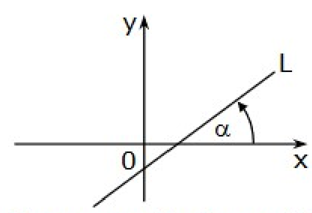
Sea $\alpha$ el ángulo de inclinación y sea **m** la pendiente de la recta **L**. Entonces:

* ($\alpha = 0^o$) si y sólo si ($m = 0$)



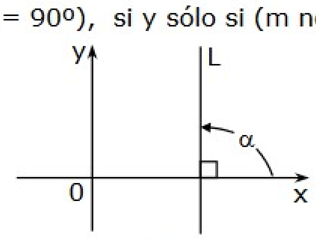

**L es paralela al eje x**

* ($0^o < \alpha < 90^o$) si y sólo si ($m > 0$)



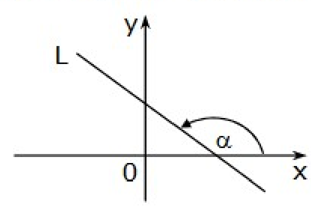

**L tiene pendiente positiva**

* ($\alpha = 90^o$), si y sólo si (m no está definida)




**L es paralela al eje y**

* ($90^o < \alpha < 180^o$) si y sólo si $m < 0$)




**L tiene pendiente negativa**

## EJEMPLOS

1. La pendiente de la recta pasa por los puntos A(1, -1) y B(-6, 7) es

A) $-\frac{6}{5}$

B) $-\frac{6}{7}$

C) $-\frac{7}{8}$

D) $-\frac{8}{5}$

E) $-\frac{8}{7}$

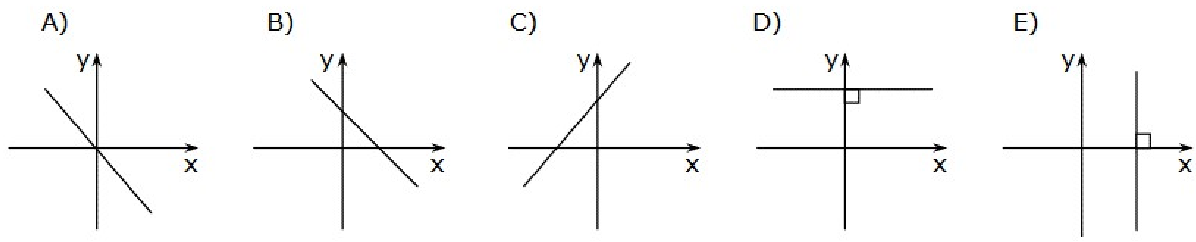
*Solución: Al reemplazar los valores de* $(x_1, y_1)$ *y* $(x_2, y_2)$ *en la fórmula* $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ *se tiene:*

$$m = \frac{7 - -1}{-6 - 1}$$

$$m = \frac{8}{-7}$$

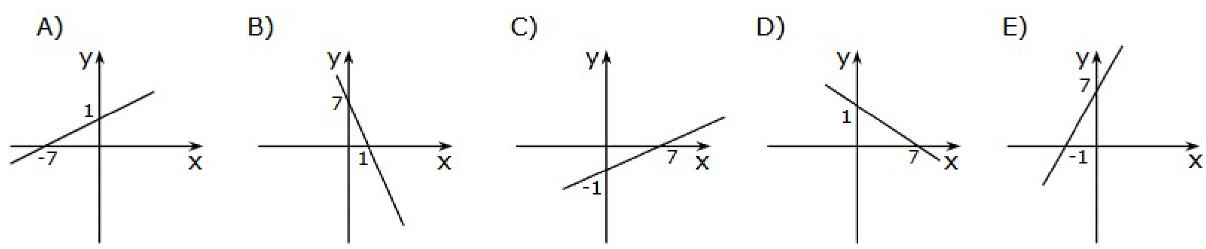
$$\Rightarrow m = -\frac{8}{7} \quad (alternativa\ E)$$

2. ¿Cuál de los siguientes gráficos muestra una recta de pendiente positiva?




**Solución:** La alternativa correcta en este caso es la C, debido a que al ser la **pendiente positiva (m > 0)**, la recta será una diagonal ascendente (recta creciente). Si uno avanza de izquierda a derecha en al plano cartesiano uno notará que efectivamente la recta va ascendiento (creciendo).

3. ¿Cuál de las siguientes rectas tiene pendiente 7?




**Solución:** Como 7 es un valor positivo **(m > 0)**, entonces la recta será una diagonal ascendente (recta creciente), pero en este caso cumplen con esa condición la alternativa A, C y E, por ende, debo calcular el valor de dichas pendientes, en cada caso y así poder decidir. Para ello debo obtener dos puntos de cada recta y determinar la pendiente.

**Alternativa A:** tenemos los puntos (-7, 0) y (0,1), entonces

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\ \ se\ \ tiene: m=\frac{1-0}{0--7}=\frac{1}{7}\neq 7$$

**Alternativa C:** tenemos los puntos (0, -1) y (7,0), entonces

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\ \ se\ \ tiene: m=\frac{0--1}{7-0}=\frac{1}{7}\neq 7$$

**Alternativa E:** tenemos los puntos (-1, 0) y (0,7), entonces

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\ \ se\ \ tiene: m=\frac{7-0}{0--1}=\frac{7}{1}=7 \quad \therefore esta\ es\ la\ alternativa\ correcta$$

4. Si los puntos A(2, 3), B(3, -2) y C(**a**, 8) son colineales, entonces **a** =

A) 5
B) 3
C) 1
D) -3
E) -7

**Solución:** La condición que se debe cumplir para que 3 puntos sean coliniales es que al calcular las pendientes entre ellos estas deben tener el mismo valor. Por ende, vamos a calcular la pendiente entre el punto A y B y luego la pendiente entre B y C y ambos resultados los igualaremos para poder determinar el valor de la incógnita, en este caso de **a**. Para ello debemos resolver la ecuación de primer grado que se forma, entonces:

$$la\ pendiente\ entre\ A\ y\ B\ es:\ m_1=\frac{-2-3}{3-2}=\frac{-5}{1}=-5$$

$$luego, la\ pendiente\ entre\ B\ y\ C\ es: m_2=\frac{8--2}{a-3}=\frac{10}{a-3}$$

$$\Rightarrow al\ igualar\ las\ pendientes\ para\ que\ se\ cumpla\ la\ condición\ para\ ser\ colineales, tenemos:$$

$$m_1=m_2$$

$$-5=\frac{10}{a-3}\ (ecuación\ de\ 1er\ grado\ que\ debemos\ resolver)$$

$$-5(a-3)=10$$

$$-5a+15=10$$

$$-5a=10-15$$

$$-5a=-5$$

$$a=\frac{-5}{-5}$$

$$a=1\quad (alternativa\ C)$$

## ECUACIÓN DE LA RECTA

Una ecuación de primer grado con dos incógnitas, corresponde a una recta en el plano. Estudiaremos 2 formas de representar la ecuación de una recta (general y principal). Además, en algunos casos disponemos de un par de datos para encontrar su ecuacún (dos puntos de ella o un punto y su pendiente).

- **Ecuación general:** $Ax+By+C=0$
- **Ecuación Principal**: $y=mx+n$, donde $m$ es la pendiente de la recta y $n$ es el coeficiente de posición (intersección con el eje y).
- **Ecuación de la recta que pasa por dos puntos dados:** Los puntos dados de ella tienen coordenadas $(x_1,y_1)$ y $(x_2,y_2)$. La pendiente es $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.

  La fórmula de la ecuación es: $y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$
- **Ecuación punto y pendiente:** Se conocen la pendiente $m$ y un punto $(x_1,y_1)$.

  La fórmula de la ecuación es: $y-y_1=m(x-x_1)$

## EJEMPLOS

**1.** La ecuación general de la recta que pasa por el punto $(4,-3)$ y tiene pendiente $-\frac{2}{3}$ es:

A) 2x + 3y + 17 = 0
B) 2x + 3y − 17 = 0
C) 2x + 3y − 6 = 0
D) 2x − 3y − 1 = 0
E) 2x + 3y + 1 = 0

**Solución:** reemplazamos en la fórmula: $y-y_1=m(x-x_1)$ los datos que me entregan, el punto $(4,-3)$ y $m=-\frac{2}{3}$, entonces nos queda:

$$y--3=-\frac{2}{3}(x-4)$$
$$y+3=-\frac{2}{3}(x-4)$$
$$y+3=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$$
$$y=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}-3$$
$$y=-\frac{2}{3}x+\frac{8-9}{3}$$
$$y=-\frac{2}{3}x-\frac{1}{3} \quad \rightarrow \textit{ecuación principal}$$

Pero me piden la ecuación general, así que debemos transformar: para ellos amplificamos por el M.C.M. de los denominadores, que en este caso es 3 y nos queda de la siguiente forma:

$$3y=-2x-1 \quad \textit{luego ordenamos en la forma } Ax+By+C=0 \textit{ y tenemos lo solicitado:}$$
$$2x+3y+1=0 \quad (\textit{Alternativa } E)$$

**2.** La ecuación principal de la recta que pasa por los puntos $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ y $\left(-2, \frac{-3}{2}\right)$ es:

A) $y = \frac{3}{2}x - 1$

B) $y = -\frac{3}{2}x + 2$

C) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{6}$

D) $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}$

E) $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

**Solución:** reemplazamos en la fórmula: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ los datos que me entregan, es decir, los puntos $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ y $\left(-2, \frac{-3}{2}\right)$, entonces nos queda:

$$y - \frac{1}{2} = \frac{-\frac{3}{2} - \frac{1}{2}}{-2-1}(x-1)$$

$$y - \frac{1}{2} = \frac{\frac{-4}{2}}{-3}(x-1)$$

$$y - \frac{1}{2} = \frac{-2}{-3}(x-1)$$

$$y - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}(x-1)$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{-4+3}{6}$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{-1}{6}$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{6} \quad \rightarrow \textit{ecuación principal} \quad (\textit{Alternativa } D)$$

**¡AHORA TE TOCA HACERLO A TI!**

**Te invito a poner a prueba tus conocimientos…**

Como es sabido por la mayoría, desde el 11 de junio que se publicó el primer ensayo oficial, de la nueva prueba de competencia matemática. Es por ello que como equipo de matemática hemos decido ir incorporando en nuestras guías ejercicios presentes en dicho "modelo de prueba de transición". Así podrás ir familiarizándote con el tipo de ejercicio y lo mejor es que en la Guía de trabajo N°13 tendrás la retroalimentación de dicha actividad.

A continuación, te presento 3 ejercicios, la idea es que intentes realizarlos todos, pero deberás enviarme, a mi correo de consultas (**profesoracarolsv@gmail.com**), solamente la resolución de 2 de ellos (los que estimes conveniente). Deberás desarrollarlos en tu cuaderno de manera ordenada y luego sacarle una foto y enviar ese archivo.

Recuerda que cada docente lleva un registro personal de cada una de las instancias evaluativas desarrolladas en la asignatura, es por ello que debes trabajar con responsabilidad y mucho entusiasmo.

El plazo para enviarlo es hasta el sábado 27 de junio, hasta las 23:00 hrs.

El asunto de dicho correo debe estar estructurado de la siguiente manera: Nombre de la actividad + Nombres y Apellidos + Curso.

**Por ejemplo:** ACTIVIDAD N° 1: GEOMETRÍA ANALÍTICA. NOMBRES Y APELLIDOS: ___________. IV° MEDIO "___".

MUCHO ÉXITO!!!

# Ejercicios propuestos:

❖ **<u>Ejercicio 1</u>:** que corresponde al ejercicio 46. (contenido presente en las Guías N°8 a la 11)

Si los puntos $A(0, 0)$, $B(2, 0)$, $C(x, x)$ y $D(0, 2)$, con $x > 0$, son los vértices de un cuadrilátero $ABCD$ en el plano cartesiano, ¿cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** el perímetro de dicho cuadrilátero, en unidades?

A) $4+2x$

B) $4+2\sqrt{(x-2)^2+x^2}$

C) $4+2\left((x-2)^2+x^2\right)$

D) $4+\sqrt{(x-2)^2+x^2}$

E) $4+2\sqrt{(x+2)^2-x^2}$

❖ **<u>Ejercicio 2</u>:** que corresponde al ejercicio 47. (contenido presente en la Guía N°12)

¿En cuál de las siguientes opciones se encuentra la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-5, 0)$ y $(3, -1)$?

A) $y = -\frac{x}{8} - \frac{5}{8}$

B) $y = \frac{x}{8} + \frac{5}{8}$

C) $y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$

D) $y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$

E) $y = -\frac{x}{8} + \frac{5}{8}$

❖ **<u>Ejercicio 3</u>:** que corresponde al ejercicio 48. (contenido presente en la Guía N°12)

¿Cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** la pendiente de la recta que tiene como ecuación $x+by=c$, con $b \neq 0$?

A) $1$

B) $-\frac{1}{b}$

C) $\frac{1}{b}$

D) $-1$

E) $b$

**Espero que hayas entendido estos conceptos.**
**Recuerda que en la próxima guía estarán las soluciones de esta actividad. Y podremos seguir avanzando en geometría analítica en 2D.**

**¡cuídate mucho! ¡Éxito en todo!**