Colegio San Carlos de Quilicura
Matemática/Cuarto Medio
LCG/CSV/2020

Guía n°8 de Matemáticas

(Del 25 al 29 de mayo)

Nombre	Curso	Fecha
	IVº	/ 05 / 2020

Los contenidos de esta actividad estarán en la prueba de admisión transitoria:
Eje temático: ALGEBRA
Contenido: Función lineal y afín (Ecuación de la recta)
Descripción de contenidos: Concepto de función lineal y función afín. Tablas y gráficos de función lineal y función afín. Problemas que involucren función lineal y función afín en diversos contextos

Estimada(o) estudiante:
La guía n°8 consta de dos partes. La primera consiste en que revises el solucionario de la guía anterior y posteriormente tú puedas conectar a nuestra primera clase on line de matemática y revisar los contenidos abordados en el ppt anterior. La segunda parte tiene como objetivo recordar lo que es la ecuación de la recta y como obtenerla mediante distintos criterios y conocer las características de las rectas paralelas, perpendiculares, coincidentes en el plano cartesiano. Estos contenidos entrarán en la próxima prueba de transición universitaria (ex PSU)los cuales se irán relacionando con los contenidos de IV° medio.

PARTE I: Solucionario de actividad n° 2 (guía n° 7)

Contenido: Funciones y sus características- Función lineal y afín- valoración de funciones. Pendiente y coeficiente de posición.
Después se observar el ppt. Función lineal y afín, resuelve la siguiente actividad:

1) Sea f una función en los números reales, definida por f(x) = tx + 1 y f(-2) = 5 ¿Cuál es el valor de t?

a) -3
b) -2
c) 3
d) 2
e) N.A

Solución : si $f(-2) = 5$, significa que cuando x = -2 , f (x) = 5. Luego tenemos que encontrar el valor de t, es decir, reemplacemos el valor de "x" en la función f , queda:

$$f(x) = tx + 1$$
$$f(-2) = t \cdot -2 + 1$$
$$5 = -2t + 1 \quad despejando \quad t, \quad queda:$$
$$2t = 1 - 5$$
$$2t = -4$$
$$t = \frac{-4}{2} \quad , entonces \quad t = -2$$

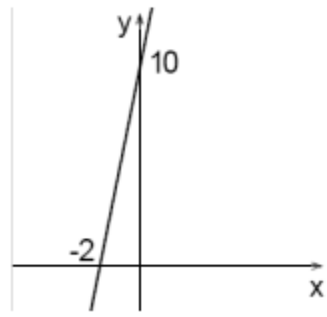
2) El nivel de agua en un estanque es de 12 m y baja 0,5 m cada semana. ¿Cuál de las siguientes funciones representa la situación descrita relacionando el nivel de agua y con el número de semana x?

a) y = -12 + 0,5x
b) y = - 0,5 + 12x
c) y = 12 + 0,5x
d) y = 12 – 3,5x
e) y = 12 – 0,5x

Solución:
si "x" es el número de semanas y el nivel de agua es de 12 m (valor constante) y "baja" (significa que hay que restar) 0,5m por cada semana , eso se expresa $0,5 \cdot x$, luego la función pedida es :
$f(x) = 12 - 0,5 \cdot x$, o bien , $y = 12 - 0,5 \cdot x$

3) En la figura ¿Cuál(es) de las siguientes aseveraciones es(son) verdadera(s)?

I) La pendiente de la recta es igual a 5 (verdadera)
II) El punto (1,15) pertenece a la recta (verdadera)
III) La ecuación de la recta es y = 5x - 10 (falsa)

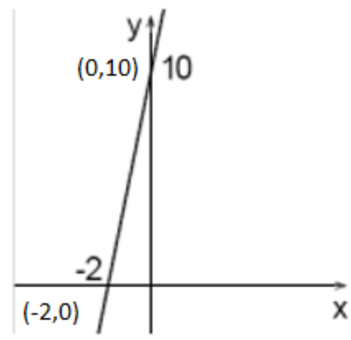


a) Solo I
b) Solo II
c) Solo III
d) Solo I y II
e) Solo I y III

Solución: la gráfica representa una función afín ya que la recta no pasa por el origen de coordenadas, es decir tiene la forma $f(x) = mx + n$, entonces ahora debemos justificar cada aseveración para comprobar si son o no verdaderas:

I. La pendiente de la recta es igual a 5
Sabemos que la pendiente se obtiene por:

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, luego observando la gráfica obtengo los puntos son (0,10) y (-2,0). Reemplazando en la fórmula:



$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 10}{-2 - 0} = \frac{-10}{-2} = 5$, luego la pendiente m = 5

II) El punto (1,15) pertenece a la recta.

Para comprobar que un punto pertenezca o no a una recta debemos encontrar la expresión de la función. Para ello ya sabemos la pendiente m = 5 y su coeficiente de posición "n" (intersecto con el eje y) que según la gráfica es n = 10. Luego la función lineal $f(x) = 5x + 10$.
Ahora comprobemos si el punto (1,15), es decir, el par ordenado (x,y) pertenece o no a la recta .

Cuando $x = 1$, entonces $y = 15$ (recuerda que $y = f(x)$)

$$y = f(x) = 5x + 10$$
$$y = f(1) = 5 \cdot 1 + 10$$
$$y = 5 + 10$$
$$y = 15$$

Luego concluimos que el punto (1,15) si pertenece a la recta dada por la función $f(x) = 5x + 10$

III) La ecuación de la recta es y = 5x – 10
Ya sabemos esta aseveración es falsa ya que la función es $f(x) = 5x + 10$, porque su coeficiente de posición es $n = 10$ y no -10 .

4) Si f(x) = mx + n, ¿qué valores deben tener m y n, respectivamente, de modo que f(3) = 8 y f(2) = 6?

a) $\frac{1}{2}$ y 5
b) -1 y $\frac{1}{2}$
c) 2 y 2
d) $\frac{1}{2}$ y $\frac{13}{2}$
e) 2 y 10

Solución : si $f(3)=8$, significa que cuando x = 3 , f (x) = 8.

$$f(x)=mx+n$$
$$f(3)=m\cdot 3+n$$
$$8=3m+n \quad ,despejando\ n\ queda:$$
$$8-3m=n \qquad (1)$$

Por otro lado $f(2)=6$ significa que cuando x = 2 , f (x) = 6

$$f(x)=mx+n$$
$$f(2)=m\cdot 2+n$$
$$6=2m+n \quad ,despejando\ n\ queda:$$
$$6-2m=n \qquad (2)$$

Y como la pendiente m y el coeficiente de posición "n" también es el mismo, entonces igualamos ambas expresiones (1) = (2)

$$(1)=(2)$$
$$8-3m=6-2m \qquad /\,despejando\ el\ valor\ de\ la\ pendiente\ m,\ queda:$$
$$8-6=3m-2m$$
$$2=m$$

Ahora reemplazando el valor de m =2 en cualquiera de las expresiones (1) o (2), obtenemos el valor de n.

$$\exp resión(1)$$
$$n=8-3m=8-3\cdot 2=8-6=2 \qquad osea \quad n=2$$

Entonces n =2 , o si queremos reemplazar el valor de m en la expresión (2), queda :

$$\exp resión(2)$$
$$n=6-2m=6-2\cdot 2=6-4=2 \qquad osea \quad n=2$$

Por lo tanto, ya sabemos que el valor de la pendiente m=2 y el de n=2. La alternativa correcta es la C

NOTA : Este ejercicio también se puede resolver por un sistema de ecuaciones.

5) Una fábrica de lámparas tiene un costo fijo de producción de \$ 1.000.000 mensuales y costos varios por lámpara de \$ 5.000. Si x representa el número de lámparas producidas en un mes, ¿cuál de las siguientes expresiones representa la función costo C(x)?

a) C(x) = x + 1.005.000

b) C(x) = 1.000.000x + 5.000

c) C(x) = 1.005.000x

d) C(x) = 5.000x + 1.000.000

e) C(x) = (x – 5.000) + 1.000.000

Solución :
si "x" representa la cantidad de lámparas y \$1.000.000 es un costo fijo (valor constante) y costos varios por lámpara de \$ 5.000 se expresa $\$5.000\cdot x$, entonces la función que representa el costo C(x) es

$C(x)=\$1.000.000+\$5.000\cdot x$, o bien , $C(x)=\$5.000\cdot x+\$1.000.000$.

Por lo tanto, la alternativa correcta es la D.

6) Una empresa paga a sus vendedores un sueldo base mensual de \$180.000 más \$5.000 por artículo vendido. Si un vendedor vende x artículos en un mes, ¿cuál de las siguientes funciones representa el sueldo S(x), que le paga la empresa, en pesos?

a) S(x) = \$ 180.000x + \$ 5.000
b) S(x) = \$ 5.000 x + \$180.000
c) S(x) = \$ 185.000 x
d) S(x) = \$ 185.000 + x
e) S(x) = \$ 5.000 x - \$180.000

Solución:
si "x" representa la cantidad de artículos vendidos en un mes y \$180.000 es el sueldo base o sueldo fijo mensual (valor constante) más (suma) \$5.000 por artículo vendido que se expresa $\$5.000 \cdot x$, entonces la función que representa el sueldo mensual S(x) es $S(x) = \$180.000 + \$5.000 \cdot x$, o bien , $S(x) = \$5.000 \cdot x + \$180.000$.
Por lo tanto, la alternativa correcta es la B.

7) Sea la función f(x) = x^2 - 3x - 4 y g(x)= x – 4
I) f(0) • g(0)= 0
II) f(x) = g(x) • (x+1)
III) g(3) + g(1) = - 7

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo I y III
d) Solo II y III
e) I, II y III

Solución :
I) f(0) • g(0)= 0 valoraremos la función f (0) y la función g(0) y luego haremos el producto:

$$f(x) = x^2 - 3x - 4 \qquad g(x) = x - 4 \qquad f(0) \bullet g(x) = 0$$
$$f(0) = 0^2 - 3 \cdot 0 - 4 \qquad g(0) = 0 - 4 \qquad 4 \bullet -4 = 0$$
$$f(0) = 0 - 0 - 4 \qquad g(0) = -4 \qquad -16 = 0 \quad (falso)$$
$$f(0) = 4$$

II) f(x) = g(x) • (x+1) , reemplazando $f(x) = x^2 - 3x - 4$ y $g(x) = x - 4$ valores queda:

$$f(x) = g(x) \bullet (x+1)$$
$$x^2 - 3x - 4 = (x-4) \bullet (x+1) \qquad / multiplicando \quad binomios \quad queda:$$
$$x^2 - 3x - 4 = x^2 + x - 4x - 4 \qquad / recuciendo\ tér\min os\ semejantes$$
$$x^2 - 3x - 4 = x^2 - 3x - 4 \qquad (verdadero)$$

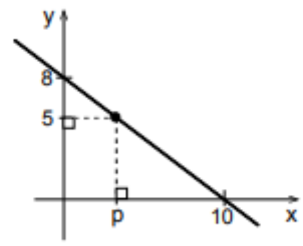
III) g(3) + g(1) = - 7 , valorizando la función g (3) y g(1) , luego comparamos la suma:

$$g(x) = x - 4 \qquad g(x) = x - 4 \qquad g(3) + g(1) = -7 \quad / reemplazando\ el\ valor\ de\ cada\ funció$$
$$g(3) = 3 - 4 \qquad g(1) = 1 - 4 \qquad -1 + -3 = -7$$
$$g(3) = -1 \qquad g(1) = -3 \qquad -4 = -7 \quad (falso)$$

Por, lo tanto la alternativa correcta es la B.

8) En la recta de la gráfica, el valor de p es:

a) 4
b) 7
c) 5
d) $\frac{15}{4}$ (correcta)
e) $\frac{12}{5}$

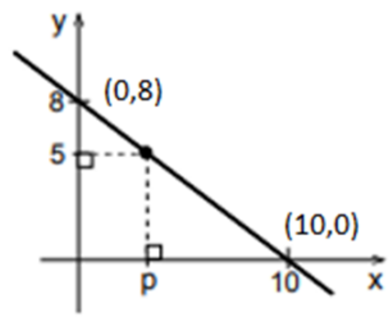


Solución: Para encontrar la respuesta a la pregunta debe observar la gráfica la que representa una función afín ya que la recta no pasa por el origen de coordenadas, es decir tiene la forma y debes saber calcular la pendiente de una recta que pasa por dos puntos $P(x_1,y_1)$ y $Q(x_2,y_2)$.
Además, debes recordar que no importa qué puntos se tomen de una recta, la pendiente " m" siempre toma el mismo valor. Es así como, de la gráfica se deduce que la recta pasa por los puntos (0, 8) y (10, 0),

Sabemos que la pendiente se obtiene por:

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Reemplazando en la fórmula:

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-8}{-10-0} = \frac{-8}{10} = \frac{-4}{5}$, luego la pendiente $m = \frac{-4}{5}$



Ahora, si se toman los puntos (0, 8) y (p, 5) se tiene que $m = \frac{-4}{5} = \frac{5-8}{p-0}$,

despejando el valor de p , queda:

$$\frac{-4}{5} = \frac{-3}{p} \qquad / \, multiplicando\ cruzado,\ queda:$$

$$-4 \cdot p = -3 \cdot 5$$

$$-4p = -15$$

$$p = \frac{-15}{-4}$$

$$p = \frac{15}{4}$$

Por, lo tanto, la alternativa correcta es la D

Parte II.- Lee los siguientes contenidos y realiza las actividades anexas.

Contenido: Ecuación de la recta y rectas en el plano cartesiano.

Contenido: Ecuación de la recta y rectas en el plano cartesiano.

Construcción de la ecuación de la recta.

Analizaremos dos formas de construir la ecuación de una recta:

- Conociendo dos puntos de ella.
- Conociendo un punto y la pendiente.

Ecuación de la recta dados dos puntos.

Sea la recta que pasa por los puntos A (x_1, y_1) y B (x_2, y_2), su ecuación está dada la expresión :

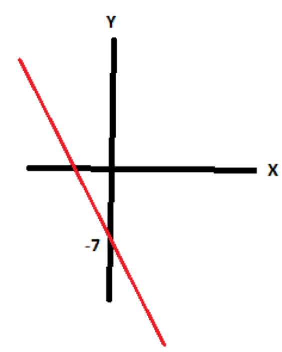
$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \qquad (\#)$$

recordemos que $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ corresponde a la pendiente de la recta.

Ejemplo: ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por los puntos P (-4,5) y Q (-3,2)? .
Reemplazando en la ecuación (#)

$$y - 5 = \frac{2 - 5}{-3 - -4}(x - -4)$$
$$y - 5 = \frac{-3}{1}(x + 4)$$
$$y - 5 = -3(x + 4)$$
$$y - 5 = -3x - 12$$
$$y = -3x - 12 + 5$$
$$y = -3x - 7 \quad o\ bien$$
$$f(x) = -3x - 7$$

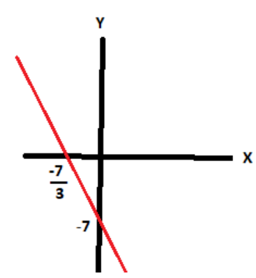
La ecuación obtenida nos muestra que la recta corresponde a una función afín , con pendiente m=-3 y coeficiente de posición n = -7



Ya sabemos que el intersecto de la recta con el eje y está en el punto (0,-7) , ahora encontremos el intersecto de la recta con el eje x , para ello debemos hacer y = 0 en la función , es decir:

$$y = -3x - 7$$
$$0 = -3x - 7$$
$$3x = -7$$
$$x = \frac{-7}{3}$$

Con esta información podemos completar nuestra gráfica ya que el punto de intersección de la recta con el eje x es $\left(-\dfrac{7}{3}, 0\right)$



Ecuación de la recta dados un punto y la pendiente.

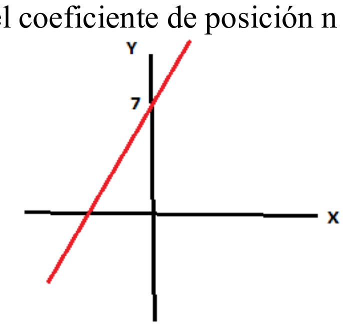
Sea la recta que pasa por el punto A(x_1, y_1) y tiene una pendiente "m", su ecuación está dada la expresión

$$y - y_1 = m(x - x_1) \qquad (\&)$$

Ejemplo: ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto N (-3,-5) y tiene una pendiente m = 4
Reemplazando en la ecuación (&)

$$y - -5 = 4(x - -3)$$
$$y + 5 = 4(x + 3)$$
$$y + 5 = 4x + 12$$
$$y = 4x + 12 - 5$$
$$y = 4x + 7$$

La ecuación obtenida nos muestra que la recta corresponde a una función afín, obviamente con una pendiente positiva, ya que m = 3 y con el coeficiente de posición n =7.

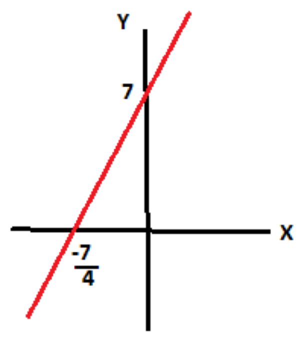


Ya sabemos que el intersecto de la recta con el eje y está en el punto (0,7) , ahora encontremos el intersecto de la recta con el eje x , para ello debemos hacer y = 0 en la función , es decir

$$y = 4x + 7$$
$$0 = 4x + 7$$
$$-7 = 4x$$
$$\frac{-7}{4} = x$$

Con esta información podemos completar nuestra gráfica

ya que el punto de intersección de la recta con el eje x es $\left(-\frac{7}{4}, 0\right)$

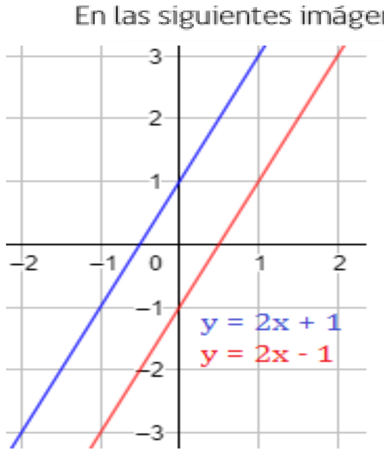


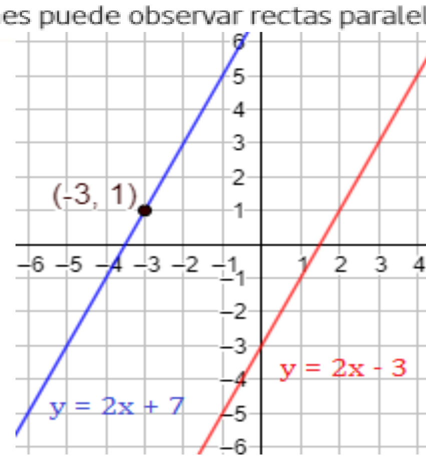
Tipos de rectas:

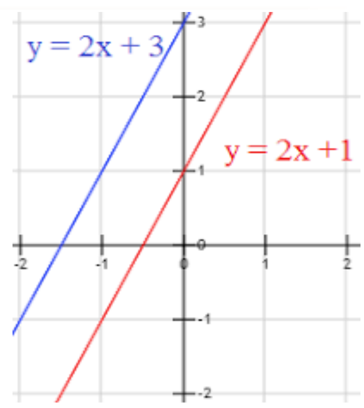
RECTAS PARALELAS

Las rectas paralelas son las que tienen la misma inclinación y no presentan ningún punto en común, esto significa que nunca se cruzan.

En las siguientes imágenes puede observar rectas paralelas:







Conclusión

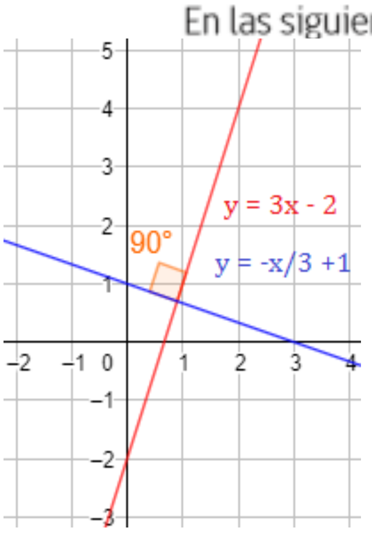
Dos rectas en el plano son paralelas si tienen igual pendiente.

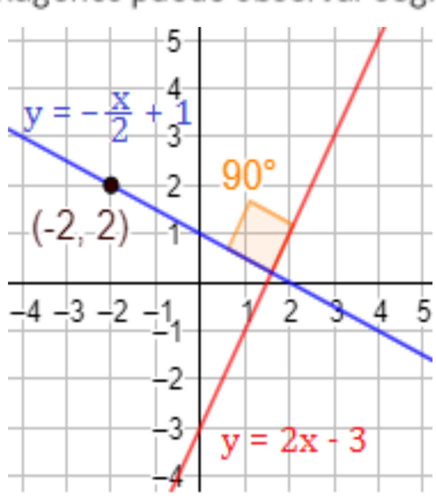
$$m_1 = m_2 \Leftrightarrow L_1 \,//\, L_2$$

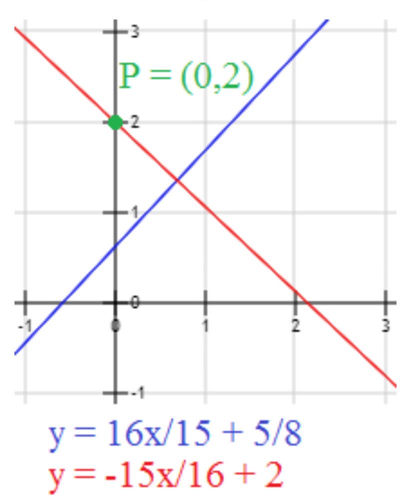
RECTAS PERPENDICULARES

Dos rectas son perpendiculares cuando forman un ángulo recto.

En las siguientes imágenes puede observar segmentos de rectas perpendiculares:







TIPS

Conclusión

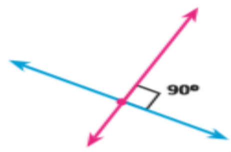
Dos rectas en el plano son perpendiculares si al multiplicar sus pendientes obtenemos resultado -1.

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \Leftrightarrow L_1 \perp L_2$$

Anteriormente estudiamos el concepto de perpendicularidad y paralelismo de rectas en el plano cartesiano.

Recuerde que:

- Dos rectas son perpendiculares cuando al interceptarse forman ángulos de 90º.



- Dos rectas son secantes o concurrentes cuando se interceptan en un punto, en este caso P: es el punto de intersección.

- Dos rectas son paralelas cuando tienen la misma pendiente o inclinación, están a la misma distancia y al prolongarse no tienen ningún punto en común.

- Dos rectas son coincidentes cuando tienen todos sus puntos en común.

Resuelve los siguientes ejercicios:

1) ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por los puntos A (-6,-2) y Q (1,-8)? Además, has una gráfica de la función obtenida y encuentra los intersectos de la recta con el eje " x" y con el eje "y".

2) ¿ Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto M (-4, 0) y tiene una pendiente m = 3 . Además, has una gráfica de la función obtenida y encuentra los intersectos de la recta con el eje " x" y con el eje "y".

Recuerda conectarte a la clase on line:

Loreto Contreras le está invitando a una reunión de Zoom programada.

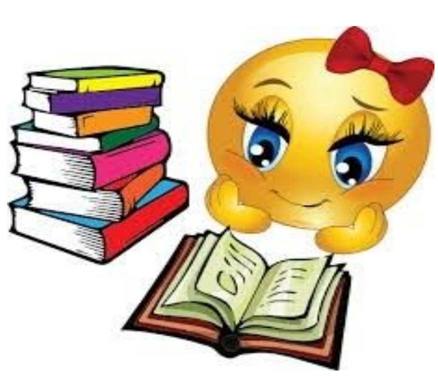
Tema: CLASE ON LINE N°1(MATEMÁTICA IV° MEDIO) **PROF: LORETO Y PROF: CAROL**
Hora: 27 may 2020 12:00 PM

Unirse a la reunión Zoom
DESDE COMPUTADOR: COPIA Y PEGA EN LA BARRA SUPERIOR EL SIGUIENTE LINK:

https://us04web.zoom.us/j/76809964758?pwd=Q055clFwRnJJdDZjbFhkVmV3cXhqdz09

DESDE CELULAR INGRESA:
ID de reunión: 768 0996 4758
Contraseña: 0Q6AzH

zoom



"Tus talentos y habilidades irán mejorando con el tiempo, pero para eso has de empezar"

(Martin Luther King)