COLEGIO SAN CARLOS QUILICURA

SOLUCIONARIO GUÍA DE TRABAJO N°5

Ejercicio 1: El término pedido en cada P.A. según la información entregada es:

a) $a_3 = 12 \ y \ a_4 = 18, \quad ¿a_1?$

Solución: Como en este caso los términos **son consecutivos**, no es necesario resolverlos con la utilización de un sistema de ecuaciones, es válido, pero se pierde mucho tiempo siguiendo ese camino. Te recomiendo usar el siguiente: (si usaste la otra forma te darás cuenta que llegas a lo mismo)

- **Primero:** utilizaremos la fórmula de la diferencia de dos términos consecutivos en una P.A. $d = a_{k+1} - a_k$, entonces reemplazamos $a_3 = 12 \ y \ a_4 = 18$, nos queda: $d = a_4 - a_3 \Rightarrow d = 18 - 12 \Rightarrow d = 6$
- **Segundo:** Reemplazamos en la fórmula $a_n = a_1 + (n-1)\,d$ cualquiera de los dos valores entregados ($a_3 = 12 \ y \ a_4 = 18$) y $d = 6$

$$\Rightarrow a_3 = a_1 + (3-1)\cdot 6$$
$$12 = a_1 + 2\cdot 6$$
$$12 = a_1 + 12$$
$$\Rightarrow a_1 = 0$$

b) $a_{10} = 23 \ y \ a_{11} = 1; \quad ¿a_3?$

Solución: Al igual que el ejercicio anterior, los términos **son consecutivos**, usaremos el mismo método:

- **Primero:** utilizaremos la fórmula de la diferencia de dos términos consecutivos en una P.A. $d = a_{k+1} - a_k$, entonces reemplazamos $a_{10} = 23 \ y \ a_{11} = 1$, nos queda: $d = a_{11} - a_{10} \Rightarrow d = 1 - 23 \Rightarrow d = -22$
- **Segundo:** Reemplazamos en la fórmula $a_n = a_1 + (n-1)\,d$ cualquiera de los dos valores entregados ($a_{10} = 23 \ y \ a_{11} = 1$) y $d = -22$

$$\Rightarrow a_{10} = a_1 + (10-1)\cdot -22$$
$$23 = a_1 + 9\cdot -22$$
$$23 = a_1 - 198$$
$$\Rightarrow a_1 = 221$$

- **Tercero:** Ahora reemplazamos $a_1 = 221 \ y \ d = -22$, en la fórmula $a_n = a_1 + (n-1)\,d$ y nos queda:

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d,$$
$$a_3 = 221 + (3-1)\cdot -22$$
$$a_3 = 221 + 2\cdot -22$$
$$a_3 = 221 - 44$$
$$a_3 = 177$$

c) $a_7 = 1{,}5 \ y \ a_9 = 3{,}5, \quad ¿a_5?$

Solución:

Según los datos entregados la sucesión es una **progresión aritmética**, entonces sabemos que la fórmula del **término general** es: $a_n = a_1 + (n-1)\,d$, además se tiene que $a_7 = 1{,}5 \ y \ a_9 = 3{,}5$, por lo tanto, en esta ocasión podemos generar dos ecuaciones con dos incógnitas, como se muestra a continuación:

$\Rightarrow a_7 = a_1 + (7-1)\cdot d$	$\Rightarrow a_9 = a_1 + (9-1)\cdot d$
$\Rightarrow 1{,}5 = a_1 + 6d, \quad ordenando \ tenemos$	$\Rightarrow 3{,}5 = a_1 + 8d, \quad ordenando \ tenemos$
$a_1 + 6d = 1{,}5 \ \ (1° \ ecuación)$	$a_1 + 8d = 3{,}5 \ \ (2° \ ecuación)$

Lo que nos permite resolver a través de un **sistema de ecuaciones de 2x2** y así determinar $a_1 \ y \ d$, para posteriormente obtener a_5.

Utilizando el **método de reducción,** se tiene:

$$\begin{array}{l|l} a_1 + 6d = 1{,}5 & (1° \ ecuación) \\ \underline{a_1 + 8d = 3{,}5} & (2° \ ecuación) \end{array}$$, aplicando el **método** nos queda:

$$\left.\begin{array}{r} a_1+6d=1{,}5 \\ a_1+8d=3{,}5 \end{array}\right| \cdot -1$$

$$\left.\begin{array}{r} -a_1-6d=-1{,}5 \\ a_1+8d=3{,}5 \end{array}\right| \Downarrow (+)$$

$$2d=2$$

$$\boxed{d=1} \Rightarrow \textit{al reemplazar el valor } d=1 \textit{ en la } 2° \textit{ ecuación}$$

$$a_1+8d=3{,}5 \textit{ nos queda}$$

$$a_1+8\cdot 1=3{,}5$$

$$a_1+8=3{,}5$$

$$a_1=3{,}5-8$$

$$\boxed{a_1=-4{,}5}$$

$$a_n=a_1+(n-1)\cdot d, \textit{ como sabemos que } a_1=-4{,}5 \textit{ y } d=1, \textit{nos queda}:$$

$$a_5=-4{,}5+(5-1)\cdot 1$$

Luego: $a_5=-4{,}5+4\cdot 1$

$$a_5=-4{,}5+4$$

$$a_5=-0{,}5$$

Por lo tanto, el quinto término (a_5 **) es:** $\boxed{-0{,}5}$

Ejercicio 2: El término general de la siguiente P.A. según la información entregada es:

a) **Solución:** Según los datos, se tiene que $a_1=12 \ y \ d=-3$. Además, la sucesión es una **progresión aritmética**. Por lo tanto debemos utilizar la siguiente fórmula $a_n=a_1+(n-1)d$ para encontrar el **término general**, entonces tenemos:

$$a_n=a_1+(n-1)d$$

$$a_n=12+(n-1)\cdot -3$$

$$a_n=12-3n+3$$

$$a_n=15-3n$$

Luego, el **término general** a_n **es:** $\boxed{15-3n}$

Ejercicio 3:

Solución: Según los datos entregados, tenemos que: $d=-8mg \ y \ a_1=90mg$, además debemos utilizar la siguiente fórmula: $a_n=a_1+(n-1)\ d$ y considerar que n representa cualquiera de los días del tratamiento, reemplazando, nos queda:

$$a_n=90+(n-1)\cdot -8$$

$$a_n=90-8n+8$$

$$a_n=98-8n$$

Por lo tanto, la expresión que permite calcular la cantidad de medicamento que se debe ingerir en cualquiera de los días del tratamiento es: $\boxed{a_n=-8n+98}$

¡Cuídate mucho, lava constantemente tus manos…protege a tu familia!!!

¡¡¡Éxito y Cariños!!!

Colegio San Carlos de Quilicura
MATEMÁTICA/CUARTO MEDIO DIFERENCIADO
CSV/2020

Guía de Trabajo N°6 Matemática

(Desde el 11 al 15 de Mayo)

Nombre	Curso	Fecha
	IVº	/ 05 / 2020

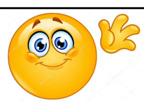
Trabajaremos el siguientes Aprendizaje Esperado:	
Unidad N°1	❖ **AE 4:** Conocen las progresiones aritméticas y geométricas; aplican algunas propiedades en la resolución de problemas. ❖ **AE03:** Demuestran generalizaciones sencillas.

Contenido:
- Progresión aritmética.

INSTRUCCIONES:

- El **tiempo estimado para el desarrollo de esta guía será de 45 minutos**.
- Los materiales que necesitarás para el desarrollo de esta guía serán los siguientes: lápiz mina, lápiz pasta, goma, saca puntas, cuaderno de la asignatura e internet. Este material puedes imprimirlo, desarrollarlo y archivarlo en la carpeta de la asignatura, puesto que será solicitado por el docente más adelante. En el caso que no puedas imprimir esta guía deberás registrar el desarrollo en tu cuaderno.
- El desarrollo de los ejercicios escríbelo con lápiz mina y la respuesta final escríbela con lápiz pasta.
- **En la Guía de Trabajo N° 7 se anexará la retroalimentación de esta guía**.
- **Recuerda que puedes hacer todas tus consultas y requerimientos que necesites al correo de tu profesora de la asignatura: profesoracarolsv@gmail.com en el siguiente horario: martes y jueves de 16:00 a 17:00 hrs.**

¡¡¡Ánimo y mucho éxito!!!



¡Hola! Un gusto saludarte nuevamente, espero que te encuentres muy bien. Antes de comenzar con esta nueva sesión es necesario que hayas realizado la retroalimentación de la guía anterior (Guía N°5), ya que es la base para lo que trabajaremos hoy. Espero que con ella hayas aclarado tus dudas, en caso contrario recuerda que puedes comunicarte conmigo a través del correo dispuesto para ello (y mencionado en las instrucciones).

¡TENER SIEMPRE EN CUENTA!

Una Progresión Aritmética (P.A.) es una sucesión, en la que cada uno de sus términos (salvo el primero) se obtiene al sumar o al restar al anterior un número fijo llamado diferencia (d).

❖ Si $d > 0$, la P.A. es **creciente**; mientras que si $d < 0$, esta es **decreciente**.

❖ El **término general** a_n **de una P.A.** se obtiene de:

$a_n = a_1 + (n-1)d$ donde a_1 es el **primer término** y d es la **diferencia**.

❖ **Si** $\{a_n\}$ **es una P.A.,** entonces se cumple que: $\boxed{d = a_{k+1} - a_k}$

Es decir, la **diferencia entre dos términos consecutivos es** d.

DEBO SABER:

- Sea $\{a_n\}$ una P.A. **La suma** (S_n) **de los primeros n términos** de $\{a_n\}$ se denomina **serie aritmética** y se calcula como:

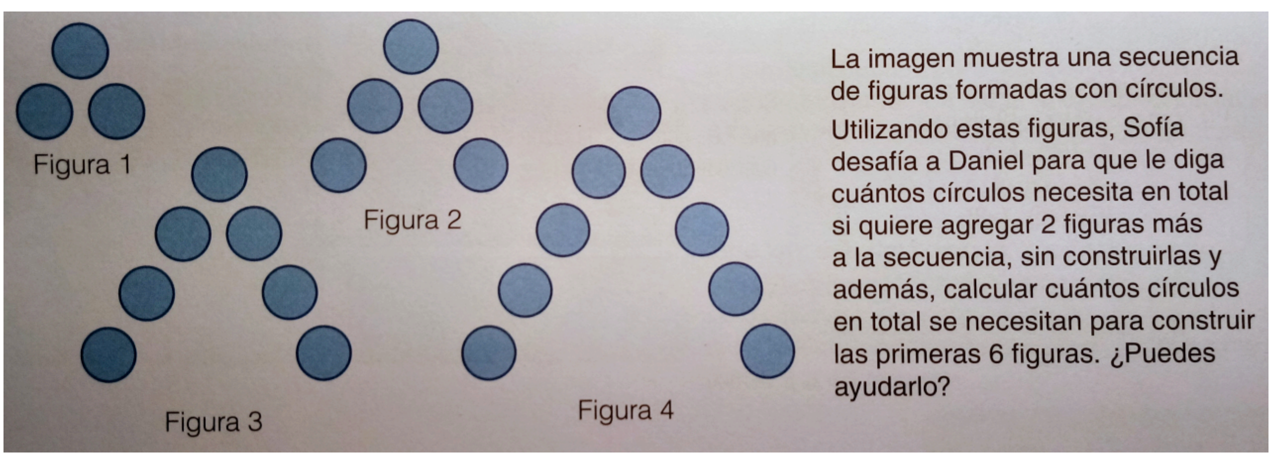
$$S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)d\right],$$ **donde** a_1 es el **primer término** y d es la **diferencia** de la progresión.

El signo Σ corresponde a la letra mayúscula sigma, del alfabeto griego. Es equivalente a la letra S, de nuestro alfabeto.

Se denomina **sumatoria** de una sucesión a_n, a la forma abreviada de escribir sus términos expresados como sumandos:

Se denota: $\boxed{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i}$

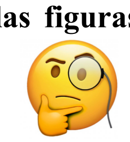
- Si $\{a_n\}$ una P.A., **donde** a_1 es el **primer término** y se conoce su término a_n, entonces: $S_n = n\left(\dfrac{a_1 + a_n}{2}\right)$



ACTIVIDADES RESUELTAS

(Ejemplos en relación a la situación propuesto en el recuadro de arriba)

1. Para ayudar a Daniel, explica por qué la cantidad de círculos de las figuras forman una P.A. Luego, calcula la cantidad de círculos para formar las seis figuras.



Solución:

La cantidad de círculos de las figuras 1, 2, 3 y 4 son 3, 5, 7 y 9, respectivamente. Entonces con $a_1 = 3$ y $d = 2$, la cantidad de círculos de cada figura forma una P.A., donde:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1)d \\ &= 3 + (n-1)\cdot 2 \\ &= 3 + 2n - 2 \\ a_n &= 2n + 1 \end{aligned}$$

Luego, la cantidad de círculos necesarias para formar las figuras 5 y 6 son $a_5 = 11 \; y \; a_6 = 13$ (estos se obtuvieron al reemplazar el valor de n en el término general $a_n = 2n+1$), por lo tanto, la cantidad de círculos usados en total para construir las primeras seis figuras es:

$$S_n = \sum_{i=1}^{6}(2n+1) = \frac{6}{2}\left[2\cdot 3 + (6-1)\cdot 2\right] = 3\left[6+5\cdot 2\right] = 3\cdot 16 = \boxed{48}$$

Fíjate que en este caso se van a sumar los 6 primeros términos de la sucesión (comenzando desde el primer término i=1 hasta el sexto término).

2. ¿Qué cantidad de círculos se necesitas para formar 19 figuras?

Solución:

Como $a_n = 2n+1 \quad y \quad n = 19$, entonces la cantidad de círculos para construir la figura 19 es:

$$a_{19} = 2\cdot 19 + 1 = 38 + 1 = \boxed{39}$$

Luego, la cantidad de círculos necesaria para formar las primeras 19 figuras es:

$$S_{19} = 19\cdot\left(\frac{a_1 + a_{19}}{2}\right) = 19\cdot\left(\frac{3+39}{2}\right) = 19\cdot 21 = \boxed{399}$$

3. Si Sofía ocupó 168 círculos, ¿cuántas figuras formó?

Solución:

Como los 168 círculos fueron utilizados para construir n figuras, se tiene:

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)\,d\right] \textit{reemplazando tenemos}$$

$$168 = \frac{n}{2}\left[2\cdot 3 + (n-1)\cdot 2\right]$$

$$168 = \frac{n}{2}\left[6 + 2n - 2\right]$$

$$168 = \frac{n}{2}\left[4 + 2n\right] \qquad \textit{factorizando por "factor común"}$$

$$168 = \frac{n}{2}\left[2\,(2+n)\right] \qquad \textit{simplificando}$$

$$168 = n\left[2+n\right]$$

$$168 = 2n + n^2 \qquad \textit{ordenando}$$

$$0 = n^2 + 2n - 168$$

$$0 = (n+14)(n-12)$$

$$\Rightarrow n_1 = -14 \notin /N$$

$$n_2 = 12 \in /N$$

Las soluciones de la ecuación son $n_1 = -14 \; y \; n_2 = 12$. Sin embargo, como $n \in /N$, solo se considera n_2. Así, Sofía formó 12 figuras con los 168 círculos.

¡AHORA TE TOCA HACERLO A TI!

Te invito a poner a prueba tus conocimientos…

Actividades propuestas:

- **Ejercicio 1: Calcula la suma de los primeros n términos de cada P.A. según la información dada:**
  a) $n = 25,\ a_1 = 10\ \ y\ \ d = 4$
  b) $n = 44,\ a_1 = 24\ \ y\ \ d = -2$

- **Ejercicio 2: Calcula la suma de todos los términos de laa P.A. entre** $a_1\ \ y\ \ a_n$.
  a) $a_1 = 6\ \ y\ \ a_{18} = 98$
  b) $a_1 = -43\ \ y\ \ a_{12} = -96$
  c) $a_1 = 0{,}5\ \ y\ \ a_{12} = 7$

- **Ejercicio 3: Calcula el término pedido según la información de la P.A. dada:**
  a) $a_1 = 5\ \ y\ \ S_{12} = 144,\quad ¿a_{12}?$

- **Ejercicio 3: Resuelve el siguiente problema.**
  a) En una P.A., $a_1 = 4\ \ y\ \ a_n = 34$. Si la suma de todos sus términos es 247, ¿Cuántos términos tiene la P.A.?

Espero que hayas entendido este nuevo tema dentro de las Progresiones Aritméticas.
Recuerda que en la próxima guía estarán las soluciones de esta actividad. ¡cuídate mucho!
¡Éxito en todo!

- **Revisa el siguiente video que te servirá de apoyo (en la suma de los n primeros términos de una sucesión).** Para ello debes ingresar a:

https://www.youtube.com/watch?v=urD4CVZnqOc

¡Saludos!