COLEGIO SAN CARLOS DE QUILICURA
MATEMÁTICA/SEGUNDO MEDIO
J. VELÁSQUEZ/C. SOTO/2020
SESIÓN 1 (45 MIN)

"Aprender es como remar contra corriente: en cuanto se deja, se retrocede."
Edward Benjamin Britt

COLEGIO SAN CARLOS QUILICURA

Solucionario de la Actividad N° 2 Matemática

(Del 11 al 15 de mayo)

Revisa tus respuestas y si tienes alguna duda, comunícate a través del mail:

II° "A": profesoracarolsv@gmail.com **en el siguiente horario: martes y jueves desde las 16:00 hasta las 17:00.**

II° "B" y II° "C": josimarsancarlosdequilicura@gmail.com **en el siguiente horario: martes y jueves desde las 16:00 hasta las 17:00.**

Con gusto atenderemos tus inquietudes. ¡Cuídate mucho!

$\pi - 5$ es un número:

A) racional.
B) natural.
C) irracional.
D) entero.

Solución

Irracional, pues no se puede escribir de la forma $\frac{p}{q}$ tal que p y q pertenezcan al conjunto de los enteros y $q \neq 0$.

La expresión $(\sqrt{20} - 4)$ se encuentra entre los pares de números:

A) 0 y 1
B) -1 y 0
C) 1 y 2
D) 4 y 5

Solución

La expresión $\sqrt{20}$ se encuentra entre:
$\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$
Lo que es equivalente a:
$4 < \sqrt{20} < 5$
De esta forma, $(\sqrt{20} - 4$ se encuentra entre
$4 - 4 < \sqrt{20} - 4 < 5 - 4$
$0 < \sqrt{20} - 4 < 1$
Entre 0 y 1.

¿Cuál de los siguientes números tiene un desarrollo decimal infinito y **no** tiene periodo?

A) $-\frac{7}{3}$
B) $\frac{5}{4}$
C) $-\sqrt{2}$
D) $\sqrt{4}$

Solución

Como $\sqrt{2}$ es la raíz de un número primo, es un número irracional y, por lo tanto, $-\sqrt{2}$ también lo es. Los números $-\frac{7}{3}$ y $\frac{5}{4}$ son fracciones de números enteros y, por lo tanto, racionales. Entonces o son decimales finitos o infinitos periódicos.
$\sqrt{4} = 2$ es un número entero y, por lo tanto, racional.
El número $2,\overline{7}$ tiene periodo.

Al ordenar de manera creciente los siguientes números:

$$\frac{10}{3}\ ,\ 0,\overline{3}\ ,\ \sqrt{5}\ ,\ \sqrt{2}\ ,\ \frac{2}{5}$$

¿Qué número queda en medio?

A) $\frac{10}{3}$

B) $0,\overline{3}$

C) $\sqrt{2}$

D) $\frac{2}{5}$

Solución

Para ordenar estos números consideremos lo siguiente:

- $\frac{10}{3} \sim 3,\overline{3}$
- $\sqrt{5}$ es cercano a 2
- $\sqrt{2}$ es cercano a 1

Con todo lo anterior es posible establecer el siguiente orden:

$$0,\overline{3} < 0,4 < \sqrt{2} < \sqrt{5} < \frac{10}{3}$$

Según este orden el número que se encuentra en medio es $\sqrt{2}$.

Al descomponer la raiz $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{75}}$ resulta:

A) $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{4}{3}}$

B) $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{4}{3}}$

C) $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{3}{4}}$

D) $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{2}{5}}$

Solución

Las raices se pueden descomponer y simplificarse de la siguiente forma:

$\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{75}}$

$\frac{\sqrt{4 \cdot 4}}{\sqrt{3 \cdot 25}}$

$\frac{2\sqrt{4}}{5\sqrt{3}}$

$\frac{2}{5}\sqrt{\frac{4}{3}}$

¿Cuál de las siguientes características corresponde a un número irracional?

A) Su desarrollo decimal es periódico.

B) Su desarrollo decimal no es finito.

C) Se puede expresar como cociente de números enteros.

D) No puede expresarse como cociente de números enteros.

Solución

Los números irracionales son aquellos que no son racionales, es decir, aquellos que no se puede expresar como cociente de números enteros.

Al redondear $\sqrt{5} = 2,236...$ a la centésima se obtiene:

A) $2,20$

B) $2,23$

C) $2,25$

D) $2,24$

Solución

Tenemos que:

$$\sqrt{5} = 2,2\underline{3}6\dots$$

El dígito subrayado corresponde a la centésima. Como el número que está a la derecha es mayor o igual a 5, al ser redondeado a la centésima se obtiene $2,24$.

A partir de los números que se muestran a continuación: $\sqrt{91}, \sqrt{60}, 8, \sqrt{118}, 11$ ¿Cómo se pueden ordenar de menor a mayor?

A) $8 \to \sqrt{60} \to \sqrt{91} \to \sqrt{118} \to 11$

B) $\sqrt{60} \to 8 \to \sqrt{91} \to \sqrt{118} \to 11$

C) $\sqrt{60} \to 8 \to \sqrt{91} \to 11 \to \sqrt{118}$

D) $\sqrt{60} \to \sqrt{91} \to 8 \to 11 \to \sqrt{118}$

Solución

$\sqrt{91}$ es mayor a $\sqrt{81} = 9$ y $\sqrt{100} = 10$,
$\sqrt{60}$ es mayor a $\sqrt{49} = 7$ y $\sqrt{64} = 8$,
$\sqrt{118}$ es mayor a $\sqrt{100} = 10$ y $\sqrt{121} = 11$,
Así, los números ordenados de menor a mayor resultan:
$\sqrt{60} \to 8 \to \sqrt{91} \to \sqrt{118} \to 11$

Al reducir el siguiente término $2 \cdot \sqrt{48} + 4 \cdot \sqrt{27} - \sqrt{18}$, resulta:

A) $20 \cdot \sqrt{2} - 9\sqrt{2}$

B) $12 \cdot \sqrt{3} - \cdot\sqrt{2}$

C) $20 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{2}$

D) $20 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3}$

Solución

Se reduce la expresión $2 \cdot \sqrt{48} + 4 \cdot \sqrt{27} - \sqrt{18}$
$2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} + 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{2}$
$20 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{2}$

La expresión $(\sqrt{41} - 6)$, ¿entre qué pares de números se encuentra?

A) 0 y 1
B) -1 y 0
C) 1 y 2
D) -2 y -1

Solución

La expresión $\sqrt{41}$ se encuentra entre:

$$\sqrt{36} < \sqrt{41} < \sqrt{49}$$

Lo que es equivalente a:

$$6 < \sqrt{41} < 7$$

De esta forma, $(\sqrt{41} - 6)$ se encuentra entre

$$6 - 6 < \sqrt{41} < 7 - 6$$
$$0 < \sqrt{41} - 6 < 1$$

Por lo tanto, se encuentra entre 0 y 1.

¿Qué resultado se obtiene al reducir la siguiente expresión $\sqrt{2.500} - 3\sqrt{250} - 35$?

A) $35 - 15\sqrt{5}$
B) $25 - 15\sqrt{10}$
C) $15 - 10\sqrt{15}$
D) $15 - 15\sqrt{10}$

Solución

Las raices se pueden descomponer y simplificarse de la siguiente forma:

$$\sqrt{2.500} - 3\sqrt{250} - 35$$
$$\sqrt{25 \cdot 100} - 3\sqrt{25 \cdot 10} - 35$$
$$\sqrt{25}\sqrt{100} - 3\sqrt{25}\sqrt{10} - 35$$
$$(5)(10) - 3(5)\sqrt{10} - 35$$
$$50 - 15\sqrt{10} - 35$$
$$15 - 15\sqrt{10}$$

Sabiendo que $\pi = 3,141593\ldots$, ¿cuál es la aproximación por exceso de $2 \cdot \pi$ a la milésima?

A) $3,142$
B) $3,141$
C) $6,284$
D) $6,283$

Solución

Sabemos que $\pi = 3,141593\ldots$, entonces debemos calcular el valor de $2 \cdot \pi$
Así, resulta:

$$2 \cdot \pi = 2(3,141593) = 6,283186$$

Ahora, si aproximamos $2 \cdot \pi$ por exceso a la milésima resultará:

$$2 \cdot \pi = 6,284$$

A partir de los números que se muestran a continuación: $\sqrt{10}; 2; \sqrt{7}; 5; \sqrt[3]{6}$ ¿Cómo se pueden ordenar de menor a mayor?

A) $\sqrt[3]{6} \to 2 \to 5 \to \sqrt{7} \to \sqrt{10}$

B) $2 \to \sqrt{7} \to \sqrt[3]{6} \to \sqrt{10} \to 5$

C) $\sqrt[3]{6} \to 2 \to \sqrt{7} \to 5 \to \sqrt{10}$

D) $\sqrt[3]{6} \to 2 \to \sqrt{7} \to \sqrt{10} \to 5$

Solución

$\sqrt{10}$ es mayor a $\sqrt{9} = 3$ y $\sqrt{16} = 4$,
$\sqrt{7}$ es mayor a $\sqrt{4} = 2$ y $\sqrt{9} = 3$,
$\sqrt[3]{6}$ es mayor a $\sqrt[3]{1} = 1$ y $\sqrt[3]{8} = 2$,
Así, los números ordenados de menor a mayor resultan:
$\sqrt[3]{6} \to 2 \to \sqrt{7} \to \sqrt{10} \to 5$

¿Cuál de los siguientes números es mayor que 3 pero menor o igual que 4?

A) $\sqrt{9}$

B) $\dfrac{3}{4}$

C) $\dfrac{4}{3}$

D) $\sqrt{10}$

Solución

Sabemos que en particular, $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$, por lo tanto (también en particular), se cumple que:

$$3 < \sqrt{10} < 4$$

¿Cuál de los siguientes números **no** es racional?

A) $0,\overline{3}$

B) $0,45\overline{7}$

C) $\sqrt{3}$

D) $\sqrt{16}$

Solución

Los números decimales infinitos periódicos y semiperiódicos son racionales. Por lo tanto, los números de las alternativas A y B son racionales.
Como $\sqrt{16} = 4$ es un número entero entonces también es racional.
$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$ es un cociente de números enteros, por lo tanto es un número racional.
Ya que las raíces de números primos son números irracionales, entonces $\sqrt{3}$ es un número no racional.

COLEGIO SAN CARLOS DE QUILICURA
MATEMÁTICA/SEGUNDO MEDIO
J. VELÁSQUEZ/C. SOTO/2020
SESIÓN 2 (45 MIN)

"Aprender es como remar contra corriente: en cuanto se deja, se retrocede."
Edward Benjamin Britt

Guía de Trabajo N° 7 Matemática

(Del 18 de mayo al 22 de mayo)

Nombre	Curso	Fecha
	IIº	___ / 05 / 2020

OA1: Realizar cálculos y estimaciones que involucren operaciones con números reales: -Utilizando la descomposición de raíces y las propiedades de las raíces. -Combinando raíces con números racionales. -Resolviendo problemas que involucren estas operaciones en contextos diversos.

CONTENIDOS QUE SE TRABAJARÁN EN ESTA GUÍA

Unidad I

- **Tema 3:** ¿Cómo se puede calcular con números reales?

INSTRUCCIONES

- El tiempo estimado para el desarrollo de la guía será de 90 minutos. Puedes realizarla en dos sesiones de 45 minutos.
- Los materiales que necesitaras para el desarrollo de la guía serán: lápiz mina, lápiz pasta, calculadora, goma, saca puntas y una regla.
- El desarrollo de los ejercicios escríbelo con lápiz mina y la respuesta final escríbela con lápiz pasta.
- En la Guía de Trabajo N° 8 se anexará la retroalimentación de esta guía.

¡Hola! Un gusto saludarte de nuevo, espero que te encuentres muy bien.

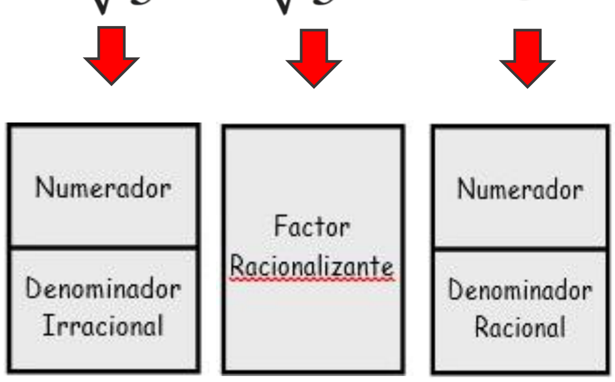
En esta guía continuarás aprendiendo a realizar cálculos que involucran raíces cuadradas irracionales, aplicando las propiedades vistas anteriormente para obtener expresiones reducidas, que faciliten su manipulación y cálculo. Aprenderás un procedimiento para no dividir por números irracionales, denominado **RACIONALIZACIÓN**, el cual te permite tener las raíces irracionales del denominador en el numerador. ¡Ánimo y muchos éxitos!

1. **¿QUÉ ES RACIONALIZAR?**

Racionalizar es transformar el denominador irracional de una fracción en un denominador racional, para esto se utiliza el **factor racionalizante**.

POR EJEMPLO: Vamos a racionalizar (eliminar la raíz del denominador) en el siguiente ejercicio: $\frac{2}{\sqrt{3}}$ Para ello, se multiplica numerador y denominador por el **factor racionalizante** para que, al operar, la raíz desaparezca.

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

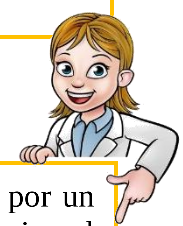


2. MENCIONEMOS ALGUNOS CASOS DE RACIONALIZACIÓN…

Podemos distinguir dos casos:

I. $\dfrac{a}{b\sqrt{c}}$ Cuando el denominador es un monomio.

II. $\dfrac{a}{\sqrt{b}\pm\sqrt{c}}$ Cuando el denominador es un binomio que contiene radicales de 2do grado.



VEAMOS ALGUNOS EJEMPLOS DEL CASO I:

Cuando el denominador es un monomio, se multiplican los dos términos de la fracción por un radical, del mismo índice de la raíz en el denominador, que multiplicado por éste se elimine el signo radical.

Observemos algunos ejemplos:

1. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Solución:

$$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

2. $\dfrac{5}{\sqrt{2}}$

Solución:

$$\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

3. $\dfrac{3}{4\sqrt{5}}$

Solución:

$$\frac{3}{4\sqrt{5}}=\frac{3\times\sqrt{5}}{4\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{4\times5}=\frac{3\sqrt{5}}{20}.$$

AHORA, VEAMOS ALGUNOS EJEMPLOS DEL CASO II:

Racionalizar el denominador de una fracción cuando el denominador es un binomio que contiene radicales de segundo grado, se multiplican ambos términos de la fracción por la conjugada del denominador y se simplifica el resultado.

Pero, **¿Qué es el conjugado?**

El conjugado es cuando cambias el signo que está entre dos términos, así:

$3x + 1$

conjugación: $3x - 1$

Sólo se usa en expresiones con dos términos (llamadas "binomios").

El conjugado puede ser muy útil porque cuando multiplicas algo por su conjugado salen **cuadrados** así:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

En producto notable este caso es conocido como **producto de la suma por la diferencia**.

¿Cuál es el procedimiento a seguir para resolver un ejercicio de este tipo $\dfrac{a}{\sqrt{b}\pm\sqrt{c}}$?

Paso1: Se multiplica tanto el numerador como el denominador por la conjugada del denominador
Paso 2: Se efectúan los productos indicados; en el denominador, la suma por la diferencia de dos cantidades.
Paso 3: Se reduce y se simplifica.

Ejemplo 1: La conjugada del denominador es $\sqrt{11} + 2\sqrt{3}$; entonces, multiplicamos el numerador y el denominador de la fracción por $\sqrt{11} + 2\sqrt{3}$. Luego se reduce y se simplifica.

$$\frac{4}{\sqrt{11} - 2\sqrt{3}} \rightarrow \frac{4}{\sqrt{11} - 2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{11} + 2\sqrt{3}}{\sqrt{11} + 2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{11} + 8\sqrt{3}}{-1} = -4\sqrt{11} - 8\sqrt{3}$$

Ejemplo 2: La conjugada del denominador es $4 + \sqrt{3}$; entonces, multiplicamos el numerador y el denominador de la fracción por $4 + \sqrt{3}$. Luego se reduce y se simplifica.

$$\frac{5}{4 - \sqrt{3}} \rightarrow \frac{5}{4 - \sqrt{3}} \cdot \frac{4 + \sqrt{3}}{4 + \sqrt{3}} = \frac{5 \cdot (4 + \sqrt{3})}{(4 - \sqrt{3})(4 + \sqrt{3})} = \frac{20 + 5\sqrt{3}}{16 - 3} = \frac{20 + 5\sqrt{3}}{13}$$

Ejemplo 3:

1. $\frac{3-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$

Solución:

La conjugada del denominador es $1-\sqrt{2}$; entonces, multiplicamos tanto el numerador y el denominador de la fracción por $1-\sqrt{2}$:

$$\frac{3-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{(3-\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})},$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{3-4\sqrt{2}+2}{1-2} = \frac{5-4\sqrt{2}}{-1};$$

$$\therefore \quad \frac{3-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}-5.$$

Actividades de práctica

Racionaliza las siguientes expresiones.

a. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

b. $\frac{6}{\sqrt{13}}$

c. $\frac{8}{\sqrt{5}}$

d. $\frac{5}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

e. $\frac{9}{\sqrt{7} + \sqrt{10}}$

f. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$

g. $\frac{\sqrt{11} + \sqrt{3}}{\sqrt{11} - \sqrt{3}}$

h. $\frac{7}{\sqrt{\sqrt{12} + \sqrt{3}}}$

Para la resolución de las actividades presentadas en esta guía, te recomiendo los siguientes videos tutoriales que explican paso a paso cada uno de los conceptos estudiados

- Racionalización (Caso 1): **https://www.youtube.com/watch?v=PI2TVst7Ibs**
- Racionalización (Caso 2): **https://www.youtube.com/watch?v=Dw7HrYXMJQc**