"Aprender es como remar contra corriente: en cuanto se deja, se retrocede."

Edward Benjamin Britt

COLEGIO SAN CARLOS QUILICURA

Solucionario de la Guía N° 7 Matemática

(Del 18 de mayo al 22 de mayo)

Revisa tus respuestas y si tienes alguna duda, comunícate a través del mail:

II° "A": profesoracarolsv@gmail.com **en el siguiente horario: martes y jueves desde las 16:00 hasta las 17:00.**

II° "B" y II° "C": josimarsancarlosdequilicura@gmail.com **en el siguiente horario: martes y jueves desde las 16:00 hasta las 17:00.**

Con gusto atenderemos tus inquietudes. ¡Cuídate mucho!

a) $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

b) $\frac{6}{\sqrt{13}} = \frac{6}{\sqrt{13}} \cdot \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = \frac{6\sqrt{13}}{(\sqrt{13})^2} = \frac{6\sqrt{13}}{13}$

c) $\frac{8}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$

d) $\frac{5}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{5(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{5\sqrt{5}+5\sqrt{2}}{5-2} = \frac{5\sqrt{5}+5\sqrt{2}}{3}$

e) $\frac{9}{\sqrt{7}+\sqrt{10}} = \frac{9}{\sqrt{7}+\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{7}-\sqrt{10}}{\sqrt{7}-\sqrt{10}} = \frac{9(\sqrt{7}-\sqrt{10})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{10})^2} = \frac{9(\sqrt{7}-\sqrt{10})}{7-10} = \frac{9(\sqrt{7}-\sqrt{10})}{-3} =$

$-3(\sqrt{7}-\sqrt{10}) = -3\sqrt{7}+\sqrt{10}$

f) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2})^2-(1)^2} = \frac{(\sqrt{2})^2+\sqrt{2}}{2-1} = \frac{2+\sqrt{2}}{1} = 2+\sqrt{2}$

g) $\frac{\sqrt{11}+\sqrt{3}}{\sqrt{11}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{11}+\sqrt{3}}{\sqrt{11}-\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{11}+\sqrt{3}}{\sqrt{11}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{11}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{11})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{(\sqrt{11})^2+2\sqrt{11}\cdot\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}{11-3} =$

$\frac{11+2\sqrt{11\cdot 3}+3}{8} = \frac{14+2\sqrt{33}}{8} = \frac{2(7+\sqrt{33})}{8} = \frac{7+\sqrt{33}}{4}$

h) $\frac{7}{\sqrt{\sqrt{12}+\sqrt{3}}} = \frac{7}{\sqrt[4]{3^3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^1}}{\sqrt[4]{3^1}} = \frac{7\sqrt[4]{3^1}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{7\sqrt[4]{3}}{3}$

$$\sqrt{\sqrt{12}+\sqrt{3}} = \sqrt{\sqrt{4\cdot 3}+\sqrt{3}} = \sqrt{2\sqrt{3}+\sqrt{3}} = \sqrt{3\sqrt{3}} = (3\sqrt{3})^{\frac{1}{2}} = (3)^{\frac{1}{2}}\cdot(\sqrt{3})^{\frac{1}{2}}$$

$$= (3)^{\frac{1}{2}}\cdot(3)^{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}} = (3)^{\frac{1}{2}}\cdot(3)^{\frac{1}{4}} = (3)^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}} = (3)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{3^3}$$

COLEGIO SAN CARLOS DE QUILICURA
MATEMÁTICA/SEGUNDO MEDIO
J. VELÁSQUEZ/C. SOTO/2020
SESIÓN 2 (45 MIN)

"Aprender es como remar contra corriente: en cuanto se deja, se retrocede."
Edward Benjamin Britt

COLEGIO SAN CARLOS QUILICURA

Guía de Trabajo N° 8 Matemática

(Del 25 de mayo al 29 de mayo)

Nombre	Curso	Fecha
	IIº	___ / 05 / 2020

OA2: Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos: -Comparando representaciones de potencias de exponente racional con raíces enésimas en la recta numérica. -Convirtiendo raíces enésimas a potencias de exponente racional y viceversa. -Describiendo la relación entre potencias y logaritmos. -Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios que involucren potencias, logaritmos y raíces enésimas.

CONTENIDOS QUE SE TRABAJARÁN EN ESTA GUÍA

Unidad I

- **Tema 4:** ¿Cuáles son las raíces enésimas?

INSTRUCCIONES

- El tiempo estimado para el desarrollo de la guía será de 90 minutos. Puedes realizarla en dos sesiones de 45 minutos.
- Los materiales que necesitaras para el desarrollo de la guía serán: lápiz mina, lápiz pasta, calculadora, goma, saca puntas y una regla.
- El desarrollo de los ejercicios escríbelo con lápiz mina y la respuesta final escríbela con lápiz pasta.
- En la Guía de Trabajo N° 9 se anexará la retroalimentación de esta guía.

¡Hola! Un gusto saludarte de nuevo, espero que te encuentres muy bien.

En esta guía comprenderás el concepto de raíz enésima, y algunas de sus propiedades, relacionándolas con las potencias y las raíces cuadradas.

NOTA: Con este link https://youtu.be/NN574UXxLoY podrás acceder a nuestro primer video tutorial que habla sobre los NÚMEROS RACIONALES y en el que se realiza un repaso de la GUÍA N° 1. En la siguiente Guía, te anexaremos el link del segundo video que tratará sobre FRACCIÓN GENERATRIZ DE UNA EXPRESIÓN DECIMAL FINITA, PERIÓDICA Y SEMIPERIÓDICA. ¡Ánimo y muchos éxitos!

¿QUÉ SIGNIFICA RAÍZ N-ÉSIMA?

LA **"RAÍZ N-ÉSIMA"** DE UN VALOR DADO, CUANDO SE MULTIPLICA **N** VECES DA EL VALOR INICIAL.

" n-ésima "

1ª, **2ª**, **3ª**, **10ª** (décima), **20ª** (vigésima), ... **n**-ésima ...

En vez de hablar de la "4ª (cuarta)", "16ª (decimosexta)", etc. , si queremos hablar en general decimos la "n-ésima".

La raíz n-ésima

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$$

$$\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a} = a$$

$$\underbrace{\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{a} \times \ldots \times \sqrt[n]{a}}_{n \text{ de ellos}} = a$$

Así como la **raíz cuadrada** es lo que se multiplica **dos** veces para tener el valor original...

... y la **raíz cúbica** es lo que se multiplica **tres** veces para tener el valor original...

... la **raíz n-ésima** es lo que se multiplica **n** veces para tener el valor original

El símbolo de la raíz n-ésima

$\sqrt[n]{\ }$ Este es el símbolo especial que significa "raíz n-ésima", es el símbolo ***"radical"*** (el de las raíces cuadradas) con una **n** pequeña para indicar la raíz **n-ésima**.

Uso

Se podría usar la raíz n-ésima en una pregunta así:

Pregunta: $\sqrt[n]{625} = 5$, ¿cuánto es "n"?

Respuesta: **5 × 5 × 5 × 5 = 625**, así que **n=4** (es decir 5 se usa **4** en la multiplicación)

EN GENERAL:

La Raíz enésima de un número real a es igual a b se escribe $\boldsymbol{\sqrt[n]{a} = b}$, donde: n es el índice de la raíz ($n \in N$) y a es la cantidad subradical o radicando, si se cumple que $\boldsymbol{b^n = a}$

POR EJEMPLO:

a) $\sqrt[3]{125} = 5$ pues $125 = 5^3$

b) $\sqrt[5]{32} = 2$ pues $32 = 2^5$

c) $\sqrt[4]{(-81)}$ no existe pues ningún número elevado a 4 es negativo.

d) $\sqrt[3]{(-125)} = -5$ pues $-125 = (-5)^3$

$$\sqrt[n]{a} = b \Longrightarrow b^n = a$$

$$a \in \mathbb{R} \quad n \in \mathbb{N}$$

¿Por qué "raíz"... ?

Cuando cuando veas "raíz" piensa

"conozco el árbol, pero ¿cuál es la raíz que lo produce?"

En el caso de **√9 = 3** el árbol es "9", y la raíz es **3**.

Propiedades

Ahora que sabemos lo que es una raíz n-ésima, veamos algunas propiedades:

Multiplicación y división

Puedes "separar" así multiplicaciones dentro de la raíz:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

(suponemos que a y b son ≥ 0)

Esto te ayudará a simplificar ecuaciones en álgebra, y también algunos cálculos:

Ejemplo: $\sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{64 \cdot 2} = \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{2} = 4\sqrt[3]{2}$

También funciona con la división:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

(a≥0 y b>0)

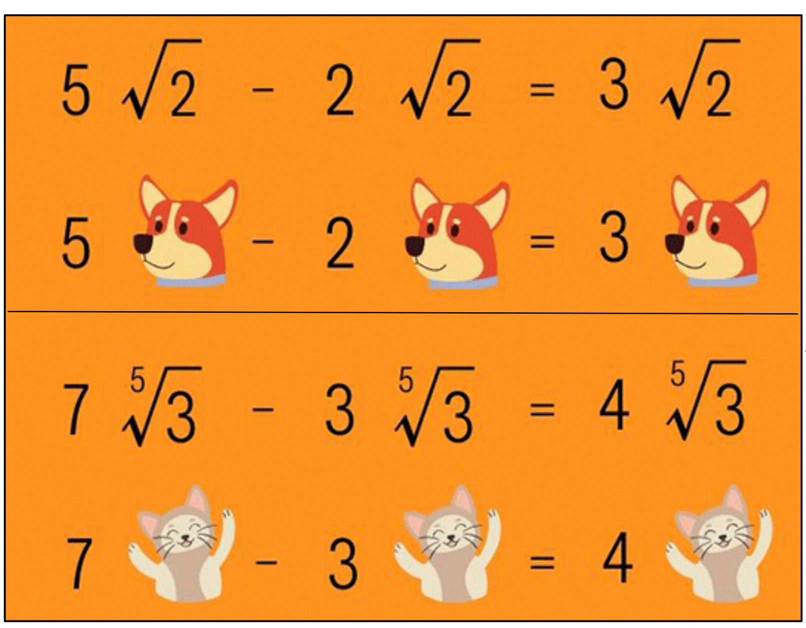
(b no puede ser cero porque no se puede dividir entre cero)

Ejemplo: $\sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{4}$

Suma y restas

¡Pero **no se puede** hacer lo mismo con sumas y restas!

$$\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$$
$$\sqrt[n]{a-b} \neq \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$$
$$\sqrt[n]{a^n+b^n} \neq a+b$$



Estos radicales si los puedes sumar o restar porque si son semejantes. Pero si por ejemplo tienes: $\sqrt{5} + \sqrt{7}$, esta operación no la podrías hacer porque los radicales NO son semejantes.

- **DOS RADICALES SON SEMEJANTES SI TIENEN EL MISMO ÍNDICE Y LA MISMA CANTIDAD SUB RADICAL.**

Exponentes y raíces

Un exponente a un lado del "=" se convierte en una raíz cuando se pasa al otro lado del "=":

Si $a^n = b$ entonces $a = \sqrt[n]{b}$ *(b ≥ 0)*

Ejemplo: $5^4 = 625$ entonces $5 = \sqrt[4]{625}$

Raíz n-ésima de una potencia n-ésima

Cuando un valor tiene un **exponente n** y calculas su **raíz n-ésima**, recuperas el valor del principio (o a veces su valor absoluto):

$\sqrt[n]{a^n} = a$ *(si **a ≥ 0**)*
$\sqrt[n]{a^n} = a$ *(para cualquier **a**, si **n es impar**)*
$\sqrt[n]{a^n} = |a|$ *(para cualquier **a**, si **n es par**)*
*(Nota: **|a|** quiere decir el valor absoluto de a)*

Ejemplos

$\sqrt[3]{2^3} = 2$
$\sqrt[3]{-2^3} = -2$
$\sqrt[4]{-2^4} = |-2| = 2$

Raíz n-ésima de una potencia m-ésima

Ahora vemos qué pasa cuando el exponente y la raíz tienen valores diferentes (**m** y **n**).

$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ Ejemplo: $\sqrt[3]{27^2} = (\sqrt[3]{27})^2 = 3^2 = 9$

Así que... puedes poner el exponente "dentro" de la raíz n-ésima, cosa que a veces es útil.

Pero hay otro método **todavía más poderoso**... puedes combinar el exponente y la raíz para hacer un nuevo exponente, así:

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ Ejemplo: $\sqrt[3]{4^6} = (4)^{\frac{6}{3}} = 4^2 = 16$

Es porque la **raíz n-ésima** es lo mismo que el **exponente (1/n)**:

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ Ejemplo: $2^{1/2} = \sqrt{2}$ (la raíz cuadrada de 2)

Actividades de práctica

1 Calcula el valor de las siguientes expresiones.

a. $\sqrt[5]{-243} =$

b. $\sqrt[3]{729^2} =$

c. $\sqrt{0{,}0625} =$

d. $\sqrt[7]{128^3} =$

e. $\sqrt[4]{\dfrac{81}{4096}} =$

f. $\sqrt[6]{\dfrac{64}{15625}} =$

Recuerda que para resolver estos ejercicios debes convertir las cantidades sub radicales en potencia y luego simplificar. Por ejemplo:

$\sqrt[5]{-243} =$
$\sqrt[5]{(-3)^5} = -3$

2 Analiza cada proposición. Luego, determina si es verdadera o falsa y justifica en ambos casos.

a. (______) Si $(-8)^2 = 64$, entonces $\sqrt{64} = -8$.

R: ______________________________

b. (______) La raíz sexta de -64 es -2.

R: ______________________________

c. (______) Si $(-2)^3 = -8$, entonces la raíz cúbica de 8 es -2.

R: ______________________________

d. (______) La raíz cúbica de -1000 es 10.

R: ______________________________

e. (______) $\sqrt[5]{3125} = 5$.

R: ______________________________

f. (______) $\sqrt[3]{-125} = 5$

R: ______________________________

En este apartado, debes aplicar la definición de raíz enésima:

$\sqrt[n]{a} = b \implies b^n = a$

Por ejemplo:

$\sqrt[2]{64} = -8 \to (-8)^2 = 64$

Por tanto, la pregunta **a)** es verdadera, porque se cumple la definición.

3 Clasifica los números como racionales o irracionales.

a. $\sqrt[3]{-27}$ → ____________________

b. $\sqrt{15}$ → ____________________

c. $\sqrt[4]{256}$ → ____________________

d. $\sqrt[5]{32}$ → ____________________

e. $\sqrt{0{,}09}$ → ____________________

f. $\sqrt[7]{-32}$ → ____________________

Son	Los números...	Como por ejemplo
Racionales	Enteros	- 15 ; -1 ; 1; 8; 1256
	Decimales Exactos	0,25; 0,123; 10,5; 3,08
	Decimales Periódicos Puros	0,6666... ; 0,151515...
	Decimales Periódicos Mixtos	1,2577777...
Irracionales	Decimales No Periódicos	1,732050807568... (√3)

4 Relaciona cada radical con una potencia según corresponda.

a. $\sqrt[7]{-1}$	$(-2)^3$
b. $(-4)^5$	$\sqrt[6]{729}$
c. $\sqrt[3]{216}$	$(-1)^7$
d. 2^6	$\sqrt[4]{10\,000}$
e. $\sqrt[3]{-729}$	6^3
f. 3^6	$\sqrt[6]{64}$
g. 10^4	$(-9)^3$
h. $\sqrt[4]{625}$	$\sqrt[5]{-1024}$
i. $\sqrt[3]{-8}$	5^4

Por ejemplo:

$\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{6^3} = 6$

Puesto que: $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$

Por tanto, al ejercicio **c)** le corresponde $\mathbf{6^3}$

5 Determina el valor de x en cada caso.

a. $\sqrt[x]{36} = 6$ x= ______

b. $\sqrt[3]{x} = -4$ x= ______

c. $\sqrt[10]{1} = x$ x= ______

d. $\sqrt[x]{-3125} = -5$ x= ______

e. $\sqrt[4]{2401} = x$ x= ______

f. $\sqrt[4]{x} = 8$ x= ______

g. $\sqrt[5]{243} = x$ x= ______

En este apartado, debes aplicar la definición de raíz enésima:

$\sqrt[n]{a} = b \Longrightarrow b^n = a$

Por ejemplo,

$a)\ \sqrt[x]{36} = 6$

$\rightarrow 6^x = 36$

$\boldsymbol{x = 2}$

6 Aplica la propiedad de la multiplicación o de la división de radicales para calcular.

a. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} =$ ______

b. $\dfrac{\sqrt[3]{-16}}{\sqrt[3]{2}} =$ ______

c. $\sqrt[5]{-9} \cdot \sqrt[5]{27} =$ ______

d. $\dfrac{\sqrt[4]{2500}}{\sqrt[4]{4}} =$ ______

Para resolver este apartado debes aplicar las propiedades de las raíces para la multiplicación y la división (ver video al final de la guía).

7 Expresa como un solo radical cada caso y calcula.

a. $\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$ ______

b. $\sqrt{\sqrt{2401}} =$ ______

c. $\sqrt{\sqrt[3]{\frac{1}{729}}} =$ ______

Aquí debes aplicar la propiedad llamada "Raíz de una raíz".

$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \times m]{a}$

$\sqrt[2]{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[2 \times 3]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$

Para la resolución de las actividades presentadas en esta guía, te recomiendo los siguientes videos tutoriales que explican paso a paso cada uno de los conceptos estudiados:

- Raíz enésima de un número: **https://www.youtube.com/results?search_query=raiz+enesima+propriedades**
- Propiedades de las raíces: **https://www.youtube.com/watch?v=qjPLcUJa85A**

¡MUCHOS ÉXITOS!
CUIDATE MUCHO.