

Solucionario de la Actividad N° 2 Matemática

(Del 11 de mayo al 15 de mayo)



Revisa tus respuestas y si tienes alguna duda, comunícate a través del mail:

III° "A" y III° "B": josimarsancarlosdequilicura@gmail.com en el siguiente horario: martes y jueves desde las 16:00 hasta las 17:00.

III° "C": profeloreto.scq@gmail.com en el siguiente horario: miércoles y jueves desde las 11:00 hasta las 12:00.

Con gusto atenderemos tus inquietudes. ¡Cúidate mucho!

El valor de la desviación media de un conjunto de datos indica:

- A) cuál es el valor central del conjunto de datos.
- B) cuál es el dato que posee mayor frecuencia absoluta.
- C) el valor del dato que deja a la izquierda el 50% de los datos.
- D) en cuánto se alejan los datos en promedio respecto de la media aritmética.
- E) el grado de separación de los valores del conjunto de datos con respecto a la mediana.

 Solución

El valor de la desviación media de un conjunto de datos indica en cuánto se alejan los datos en promedio respecto de la media aritmética. La mediana indica cuál es el valor central del conjunto de datos. La moda indica cuál es el dato que posee mayor frecuencia absoluta (el que más se repite). El segundo cuartil indica el valor del dato que deja a la izquierda el 50% de los datos. La varianza indica el grado de separación de los valores del conjunto de datos con respecto a la media aritmética.

La variación del precio de la bencina de 93 octanos para las estaciones de servicio A y B se registran en la tabla.

Conforme a los datos, el precio promedio de la bencina para ambas estaciones de servicio es \$823. ¿Qué se puede afirmar respecto de la estabilidad de los precios?

Variación de precios bencina 93 octanos				
Bencinera A	\$821	\$824	\$823	\$824
Bencinera B	\$821	\$827	\$823	\$821

- A) La estación de servicio A mantiene los precios más estables.
- B) La estación de servicio B mantiene los precios más estables.
- C) Ambas estaciones de servicio mantienen la misma estabilidad de precios.
- D) La estación de servicio B no varía sus precios.
- E) Nada, pues se requiere información adicional.

 Solución

Mantener los precios estables significa que la variación de los mismos será la mínima posible. En otras palabras, la distribución de precios debe ser lo más homogénea posible.

Una herramienta útil para cuantificar la dispersión (homogeneidad) de un conjunto de datos es la desviación estándar, la cual se calcula mediante la fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{N}}$$

donde \bar{x} es la media de N valores x_1, x_2, \dots, x_n del conjunto.

Por enunciado sabemos que la media de ambos conjuntos de precios es \$823. Luego, la desviación estándar de los precios de la estación de servicio A es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(\$821 - \$823)^2 + (\$824 - \$823)^2 + (\$823 - \$823)^2 + (\$824 - \$823)^2}{4}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(-\$2)^2 + \$1^2 + \$0^2 + \$1^2}{4}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\$4 + \$1 + \$0 + \$1}{4}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\$6}{4}}$$

Por otro lado, la desviación estándar de los precios de la estación de servicio B es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(\$821 - \$823)^2 + (\$827 - \$823)^2 + (\$823 - \$823)^2 + (\$821 - \$823)^2}{4}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(-\$2)^2 + (-\$4)^2 + \$0^2 + (-\$2)^2}{4}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\$4 + \$16 + \$0 + \$4}{4}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\$24}{4}}$$

Luego, dado que $\sqrt{\frac{\$24}{4}}$ es mayor que $\sqrt{\frac{\$6}{4}}$, la dispersión de los precios de la bencinera B es mayor que la de A, lo que en otras palabras significa que los precios de A son más homogéneos que los de B. Así, se concluye que la bencinera A mantiene los precios más estables.

Note que el precio de combustible en la estación de servicio B es el mismo al comienzo y al final, razón suficiente para pensar que dicha bencinera mantiene sus precios estables. Pero no se deje engañar, pues según se calculó previamente, la respuesta correcta es la bencinera A. Para evitar este tipo de error considere siempre todos los elementos del conjunto, no sólo los valores extremos.

En la siguiente tabla se muestra el gasto de electricidad en millones de pesos de dos pasajes de una misma villa.

	Gasto en millones de pesos				
Pasaje 1	140	125	125	185	150
Pasaje 2	160	130	150	200	110

El promedio del pasaje 1 es 145 millones de pesos y el del pasaje 2 es 150 millones de pesos. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **verdadera(s)**?

- I. En el pasaje 1 se gasta menos en luz que en el pasaje 2.
- II. El gasto en el pasaje 1 es más homogéneo que en el pasaje 2.
- III. El rango en el pasaje 1 es de 60 y en el pasaje 2 es de 90.

- A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo I y II
E) I, II y III



Solución

Para saber si la afirmación I es correcta, debemos fijarnos en los promedios de los gastos de luz, el cual es más bajo para el pasaje 1, por lo tanto la afirmación I es correcta.

Para averiguar la homogeneidad de los datos, debemos calcular la varianza de estos, para el pasaje 1 se tiene:

$$var_1 = \frac{(140 - 145)^2 + (125 - 145)^2 + (125 - 145)^2 + (185 - 145)^2 + (150 - 145)^2}{5}$$
$$var_1 = \frac{2.450}{5} = 490$$

Luego, calculamos la varianza para el pasaje 2, esto es:

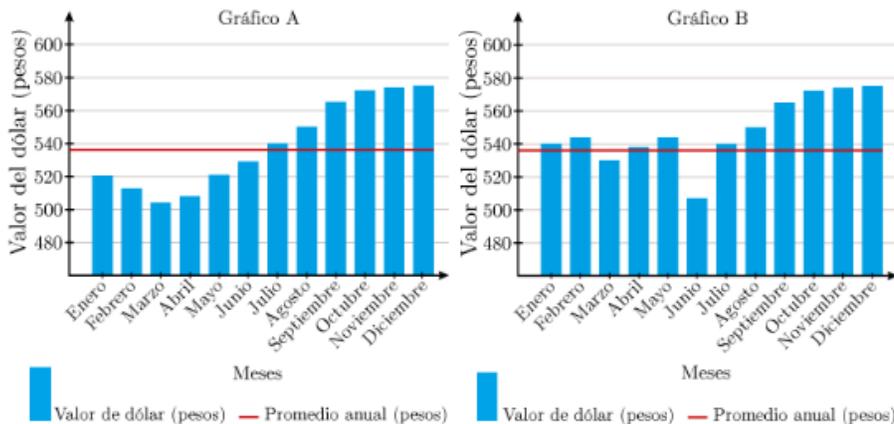
$$var_2 = \frac{(160 - 150)^2 + (130 - 150)^2 + (150 - 150)^2 + (200 - 150)^2 + (110 - 150)^2}{5}$$
$$var_2 = \frac{4.600}{5} = 920$$

Por lo tanto, como la varianza en el pasaje 1 es menor, podemos decir que los gastos en él son más homogéneos que en el pasaje 2, así que II es correcta.

Finalmente, vemos que el rango es la diferencia entre el dato mayor y el menor de cada grupo de datos, para el pasaje 1 se tiene que $185 - 125 = 60$ es el rango, y para el pasaje 2 se tiene que $200 - 110 = 90$ es el rango. Por lo tanto III también es correcta.

Las siguientes gráficas muestran el precio promedio del dólar para los meses de enero a diciembre de dos años diferentes. Al mismo tiempo se indica el precio promedio anual, el cual es el mismo en ambas ocasiones.

Conforme a lo anterior, ¿en qué gráfico se evidencia una menor desviación estándar del precio del dólar?



- A) Gráfico A
- B) Gráfico B**
- C) Ambos gráficos presentan igual desviación estándar
- D) Los gráficos no presentan desviación estándar
- E) Se requiere información adicional

Solución

La desviación estándar nos entrega información acerca de la dispersión de los datos estadísticos con respecto a su media. En otras palabras, nos indica qué tan homogéneos son los datos con respecto a su media, o equivalentemente, qué tan "apegados" a ésta se encuentran. A mayor desviación estándar, mayor dispersión de los datos respecto a la media. Al contrario, a menor desviación estándar, menor dispersión.

Matemáticamente, la desviación estándar corresponde a la raíz cuadrada de la media aritmética del cuadrado de las desviaciones (distancias) respecto a la media de una distribución estadística. Entre mayor sea la distancia de cada uno de los valores de la distribución y su media, mayor será la desviación estándar. Al contrario, entre menor sea la distancia de cada uno de los valores de la distribución y su media, menor será la desviación estándar.

Ya sea que considere en su solución el primer o segundo párrafo, el gráfico con menor desviación estándar será aquel cuyos valores (columnas) sean en general más próximos al valor promedio (línea). Luego, la menor desviación de dólar se registra en el gráfico B.

Si se tienen 2 muestras de datos en las que se conocen la media, varianza y rango, ¿cuál de los siguientes conceptos permite determinar entre las 2 muestras la que presenta mayor dispersión?

- A) Rango.
- B) Moda.
- C) Media aritmética.
- D) Mediana.
- E) Coeficiente de variación.



Solución

A partir de los datos que se tienen, el coeficiente de variación, que es la raíz de la varianza dividido en la media, permite evaluar la dispersión de los datos.

Dados los siguientes conjuntos de datos: $A = \{2, 4, 6, 8\}$ y $B = \{3, 5, 7, 9\}$, ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) falsa(s) con respecto a estos conjuntos?

- I. La media del conjunto A es mayor que la del conjunto B.
- II. La varianza del conjunto A es igual a la del conjunto B.
- III. La moda del conjunto A es mayor que la moda del conjunto B.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) Solo I y III



Solución

Media de A = 5, Media de B = 6

$$\text{Varianza de A} = \frac{(5-2)^2 + (5-4)^2 + (5-6)^2 + (5-8)^2}{4} = 5$$

$$\text{Varianza de B} = \frac{(6-3)^2 + (6-5)^2 + (6-7)^2 + (6-9)^2}{4} = 5$$

Luego I es falso porque son iguales.

$$\text{Mediana de A} = \frac{4+6}{2} = 5$$

$$\text{Mediana de B} = \frac{5+7}{2} = 6$$

II es verdadera porque son iguales.

III es falsa porque no tienen moda.

Se calcula una medida de dispersión de una distribución de datos, y se obtiene un valor A , luego se calcula la misma medida de dispersión sobre otra distribución de datos, y se obtiene un valor B . Si $A > B$, se dice que:

- A) ambas son igual de homogéneas.
- B) el promedio de datos es menor en la primera distribución.
- C) el promedio de datos es mayor en la primera distribución.
- D) la variabilidad de los datos es menor en la primera distribución.
- E) la variabilidad de los datos es mayor en la primera distribución.



Solución

Las medidas de dispersión indican que tan alejadas de la media están los datos, por lo que un valor mayor indica que la variabilidad de estos es mayor.

Se tienen 3 hermanas de las siguientes edades, Constanza de 20 años, Erika de 22 y Andrea de 24. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) El rango de sus edades es 3

II) La varianza de sus edades es $\frac{8}{3}$

III) La desviación estándar de sus edades es $\sqrt{\frac{8}{3}}$

A) solo I

B) solo II

C) solo I y II

D) solo II y III

E) I, II y III

 Solución

I) *Rango* = $24 - 20 = 4 \rightarrow$ Falso

II) *Promedio* = 22

Varianza = $\frac{(22 - 20)^2 + (22 - 22)^2 + (22 - 24)^2}{3} = \frac{4 + 0 + 4}{3} = \frac{8}{3} \rightarrow$ Verdadero

III) *Desviación estándar* = $\sqrt{\frac{8}{3}} \rightarrow$ Verdadero

Las calificaciones obtenidas en matemática por un grupo de 10 estudiantes son las siguientes:

3, 4 - 6, 0 - 4, 8 - 5, 5 - 6, 7 - 4, 5 - 3, 7 - 4, 3 - 3, 3 - 2, 8

cuyo promedio es 4,5, con una desviación estándar de 1,2 puntos.

Conforme a un acuerdo con el profesor de la asignatura, a cada alumno se le sumará 3 décimas (0,3) sobre la calificación obtenida. Una vez modificada ésta, ¿cuál es su desviación estándar?

A) 0,9 puntos

B) 1,2 puntos

C) 1,5 puntos

D) 4,5 puntos

E) 4,8 puntos

 Solución

Considere el conjunto C conformado por las calificaciones obtenidas en matemáticas por los 10 estudiantes. Una propiedad muy importante de la desviación estándar es que si sumamos una cantidad fija a cada uno de los elementos de un conjunto, su desviación estándar no varía.

Por enunciado sabemos que la desviación estándar de C es 1,2 puntos. Luego, al sumarle las décimas acordadas por el profesor, la desviación estándar seguirá siendo 1,2 puntos.

En la escala de notas que utiliza un colegio la nota mínima es un 1 y la nota máxima es un 7. Se puede determinar el rango de las notas obtenidas por los estudiantes de este colegio en una prueba, si se sabe que:

(1) tres estudiantes obtuvieron la nota máxima al que podría llegar en la prueba.

(2) el promedio entre la nota más alta alcanzada en la prueba y la nota más baja obtenida, es 4.

A) (1) por sí sola

B) (2) por sí sola

C) Ambas juntas, (1) y (2)

D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)

E) Se requiere información adicional

Solución

Para dar solución a este ítem se debe determinar si con las informaciones dadas en el enunciado, en (1) y/o en (2) se puede determinar el rango de las notas obtenidas por los estudiantes en una prueba.

Recuerde que:

- ◇ el rango de un conjunto de datos, es un valor que se obtiene restando al valor máximo del conjunto de datos el valor mínimo de dicho conjunto de datos.
- ◇ el promedio de un conjunto de datos, corresponde a la suma de todos los datos divididos por la cantidad total de datos.

La información que se entrega en (1) indica que tres estudiantes obtuvieron la nota máxima, por lo tanto, se conoce la nota máxima, pero no la menor, por lo que no se puede determinar el rango.

En la información entregada en (2) se indica que el promedio entre la nota más alta y la

más baja es un 4, esto se puede expresar como $\frac{\text{nota máxima} + \text{nota mínima}}{2} = 4$, por lo que esta información

entrega el valor de la suma entre la nota máxima y la nota mínima alcanzada en la prueba, pero no la resta entre ellas, por lo que con esta información por sí sola no se puede determinar el rango.

Ahora, si se consideran juntas la información en (1) y en (2), se tiene que en (1) se entrega la nota máxima alcanzada y en (2) se tiene la expresión $\text{nota máxima} + \text{nota mínima} = 8$, por lo que al reemplazar la nota máxima alcanzada en esta expresión se puede determinar la nota mínima y así determinar el rango del grupo de notas, por lo que la clave es C).

Guía de Trabajo N° 7 Matemática

(Del 18 de mayo al 22 de mayo)

Nombre	Curso	Fecha
	III°	___ / 05 / 2020

OA 2: Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.

CONTENIDOS QUE SE TRABAJARÁN EN ESTA GUÍA

Unidad I

Tema 2: Toma de decisiones aplicando probabilidades condicionadas. Probabilidad condicionada.

INSTRUCCIONES

- El tiempo estimado para el desarrollo de la guía será de 90 minutos. Puedes realizarla en dos sesiones de 45 minutos.
- Los materiales que necesitaras para el desarrollo de la guía serán: lápiz mina, lápiz pasta, goma, calculadora, saca puntas y una regla.
- El desarrollo de los ejercicios escríbelo con lápiz mina y la respuesta final escríbela con lápiz pasta.
- En la Guía de Trabajo N° 8 se anexará la retroalimentación de esta guía.



¡Hola! Un gusto saludarte de nuevo, espero que te encuentres muy bien.

En esta clase utilizaremos las tablas de contingencia para determinar la **PROBABILIDAD CONDICIONADA**. Con esto tendrás dos maneras de enfrentar los problemas asociados a la **PROBABILIDAD CONDICIONADA**, usando un diagrama de árbol o una tabla de contingencia. Recuerda que el diagrama de árbol ya lo trabajamos en la Guía N° 5.

Comencemos...

Las probabilidades se pueden determinar extrayendo información desde una tabla de contingencia, veamos el siguiente ejemplo:

En una corrida de la comuna de Quilpué hay 100 participantes, en la categoría jóvenes hay 35 personas y en adultos hay 65 personas. Dentro de la categoría jóvenes hay 20 varones y 15 damas. En la categoría adultos hay 40 varones y 25 damas. ¿Cuál es la probabilidad de elegir a una corredora sabiendo que pertenece a la categoría jóvenes?



SOLUCIÓN

Paso 1: identificar los sucesos y la probabilidad buscada.

A: Ser de la categoría jóvenes.

\bar{A} = Ser de la categoría adultos.

B: Ser varón.

\bar{B} = Ser dama.

Los sucesos A y B son **dependientes**.

La probabilidad buscada es: $P(B|A)$

Paso 2: elaborar la tabla de contingencia y calcular probabilidades.

	Varones (B)	Damas (\bar{B})	Suma
Jóvenes (A)	20	15	35
Adultos (\bar{A})	40	25	65
Suma	60	40	100



Veamos todas las probabilidades que se pueden determinar directamente con la información de la tabla:

	B	\bar{B}	Suma
(A)	$P(A \cap B) = \frac{20}{100} = 0,2$	$P(A \cap \bar{B}) = \frac{15}{100} = 0,15$	$P(A) = \frac{35}{100} = 0,35$
(\bar{A})	$P(\bar{A} \cap B) = \frac{40}{100} = 0,4$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{25}{100} = 0,25$	$P(\bar{A}) = \frac{65}{100} = 0,65$
Suma	$P(B) = \frac{60}{100} = 0,6$	$P(\bar{B}) = \frac{40}{100} = 0,4$	1

¡Recuerda!

La probabilidad condicionada $P(B/A)$ es la probabilidad de que ocurra un suceso B dado que ocurrió otro A y se calcula con la siguiente expresión:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \text{ con } P(A) \neq 0$$

Con esta información y lo que está en el recuadro amarillo, se puede calcular la probabilidad buscada:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{0,15}{0,35} \approx 0,428$$

Paso 3: dar la respuesta:

- Respuesta: La probabilidad de elegir a una corredora sabiendo que es de la categoría de jóvenes es de un 42,8%.

Entonces, a nivel general, para enfrentar problemas asociados a la PROBABILIDAD CONDICIONADA podemos utilizar las tablas de contingencia o el diagrama de árbol, como se resume a continuación en el siguiente cuadro:

Sucesos independientes: $P(B \cap A) = P(B)$

Sucesos dependientes: $P(B \cap A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Recuerda que el diagrama de árbol lo estudiamos en la Guía N°5

Diagrama de árbol con probabilidades:

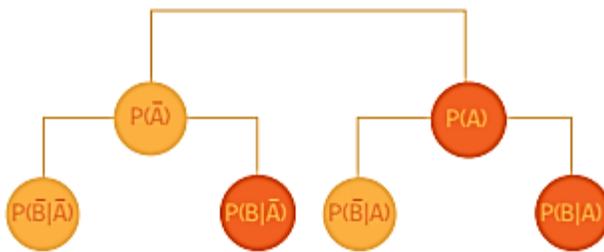


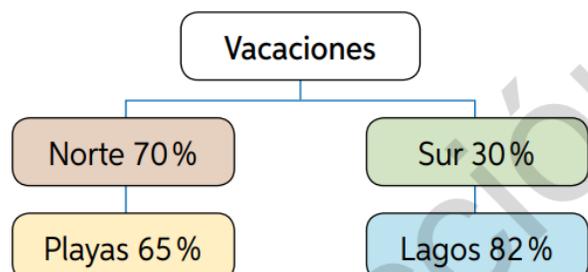
Tabla de probabilidades:

	(B)	(B)	Suma
(A)	$P(A \cap B)$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(A)$
(A-bar)	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{A})$
Suma	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1

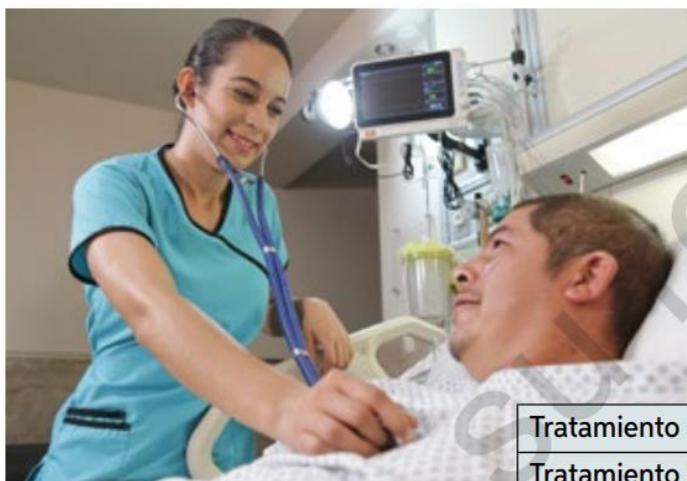
Actividades de práctica

1. Mientras planea sus vacaciones, Rosa comenzó a pensar en los lugares que ha visitado y realizó el siguiente esquema:

- Construye un diagrama de árbol con las probabilidades de los sucesos considerando que el comportamiento de Rosa se podría repetir según sus estadísticas.
- ¿Cuál es la probabilidad de que vaya a un lugar que no sea playa, dado que ya ha decidido ir al norte?



2. Para curar una enfermedad un grupo de doctores ha aplicado un nuevo tratamiento a una serie de pacientes en el cual obtuvieron los resultados reflejados en la siguiente tabla:



	Curados	No curados	Total
Tratamiento nuevo	60	21	81
Tratamiento antiguo	43	36	79
Total	103	57	160

Si se elige un paciente al azar, calcula la probabilidad de que:

- a. Se haya curado.
- b. No se haya curado.
- c. Se haya curado dado que se le aplicó el tratamiento nuevo.
- d. No se haya curado dado que se le aplicó el tratamiento nuevo.
- e. Se haya curado dado que se le aplicó el tratamiento antiguo.
- f. No se haya curado dado que se le aplicó el tratamiento antiguo.
- g. ¿Qué decisión debe tomar el grupo de doctores: seguir con el nuevo tratamiento o volver al antiguo?



Para la resolución de las actividades presentadas en esta guía, te recomiendo los siguientes videos tutoriales que explican paso a paso cada uno de los conceptos estudiados:

- **Diagrama de árbol, probabilidad condicional (problema resuelto):**
<https://www.youtube.com/watch?v=M5hOp-3-q9I>
- **Tablas de contingencia, probabilidades (problema resuelto):**
<https://www.youtube.com/watch?v=asnXuGOzX5k>

¡ÉXITOS!
CUIDATE MUCHO.

EN ESTA TABLA PUEDES EVIDENCIAR ALGUNOS DE LOS TEMAS QUE HEMOS ESTUDIADO HASTA AHORA PARA LA PRUEBA DE TRANSICIÓN (ANTIGUA PSU).

PRUEBA OBLIGATORIA DE MATEMÁTICA ABRIL 2020		
EJE TEMÁTICO	UNIDADES TEMÁTICAS	DESCRIPCIÓN
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	Representación de datos a través de tablas y gráficos	<ul style="list-style-type: none"> ◦ Tablas de frecuencia absoluta y relativa. ◦ Tipos de gráficos que permitan representar datos. ◦ Problemas que involucren tablas y gráficos en diversos contextos.
	Medidas de tendencia central y rango	<ul style="list-style-type: none"> ◦ Medidas de tendencia central y rango de uno o más grupos de datos. ◦ Problemas que involucren medidas de tendencia central y rango en diversos contextos.
	Medidas de posición	<ul style="list-style-type: none"> ◦ Cuartiles y percentiles de uno o más grupos de datos. ◦ Diagrama de cajón para representar distribución de datos. ◦ Problemas que involucren medidas de posición en diversos contextos.
	Reglas de las probabilidades y probabilidad condicional	<ul style="list-style-type: none"> ◦ Problemas que involucren probabilidad de un evento en diversos contextos. ◦ Problemas que involucren la regla aditiva y multiplicativa de probabilidades en diversos contextos. ◦ Problemas que involucren probabilidad condicional y sus propiedades en diversos contextos.
	Permutación y combinatoria	<ul style="list-style-type: none"> ◦ Principio multiplicativo. ◦ Permutación y combinatoria. ◦ Problemas que involucren permutación y combinatoria en diversos contextos.