



Matemática  
 Terceros Medios AP  
 Guía de Estudio: HOMOTECIA  
 Guía 8

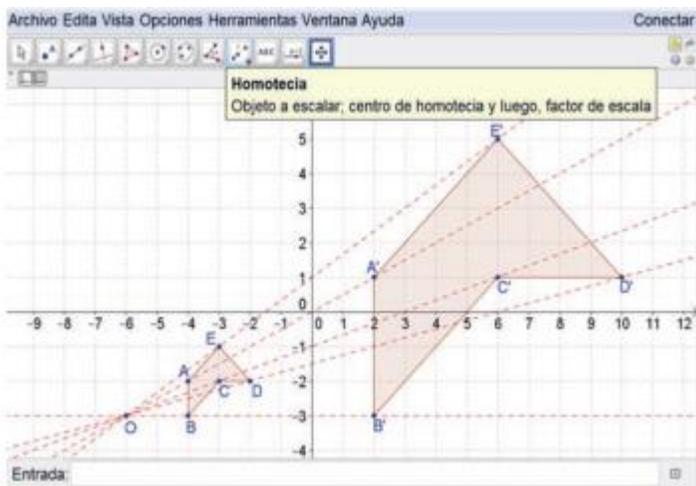
Nombre	Curso	grupo	Fecha
<i>Pauta</i>	III° _____	_____	____/____/ 2020

**OA 11.** Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con software educativo.

**Instrucciones:** Para el desarrollo de esta guía, se estima un tiempo de 1 hora y 20 min aproximadamente.

- Necesitará el cuaderno de la asignatura, lápiz, goma y puede utilizar calculadora.
- Si no puede imprimir esta guía, se le recomienda realizar el desarrollo en su cuaderno, ya que, se solicitará más adelante
- Al envío de la próxima guía (n°9), al inicio de ésta, irá la solución de la guía anterior (guía 8)

# HOMOTECIA

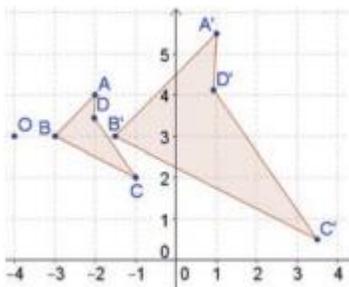


GeoGebra es un programa con el cual puedes estudiar muchos conceptos de Geometría y Álgebra. Puedes descargarlo de manera gratuita en su sitio web [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org). Una vez descargado, intenta replicar la homotecia mostrada en la imagen. Cuando logres realizar la homotecia, selecciona el puntero y arrastra el centro de homotecia (punto O) para ver cómo se mueve la figura, mientras que la original permanece estática. Lee las formalizaciones para

ayudarte a comprender el concepto de homotecia.

## ACTIVIDADES RESUELTAS

Daniela y Patricio realizaron la siguiente homotecia en GeoGebra:



¿Hay una homotecia entre las figuras?

De haber, ¿cómo se calcula la razón de homotecia?

Para saber si hay una homotecia entre las figuras, debería cumplirse que al trazar las rectas AA', BB', CC' y DD', todas contengan al centro de homotecia, en este caso, el punto O. Este procedimiento se puede hacer con Geogebra o con regla. La razón de homotecia (k) se calcula

resolviendo lo siguiente:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC} = \frac{OD'}{OD} = k$$

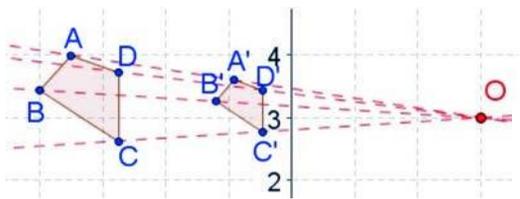
Una homotecia es una transformación geométrica que mantiene la forma de la figura a la cual se le aplicó, y que puede cambiar su tamaño, pero siempre será proporcional a la original, es decir, la figura original y la figura imagen serán semejantes

El centro de homotecia (O) es un punto del plano por el que se alinearán los vértices de las figuras origen e imagen. Este punto puede ser escogido de forma arbitraria.

La razón de homotecia (k) es la comparación, mediante la división, entre la distancia de cada vértice de la figura imagen al centro de homotecia con la distancia de cada vértice correspondiente de la figura origen al centro de homotecia. El valor de la razón de homotecia para un par de figuras, es constante.

Si  $0 < k < 1$ , la figura imagen es una contracción (reducción) de la figura origen. Si  $k > 1$ , la figura imagen es una dilatación (ampliación) de la figura origen. Si  $k = 1$ , las figuras son congruentes.

Halla el centro y la razón de homotecia entre las figuras ABCD y A'B'C'D'.



O es el centro de homotecia. Se obtuvo

Trazando las rectas AA', BB', CC' y DD'.

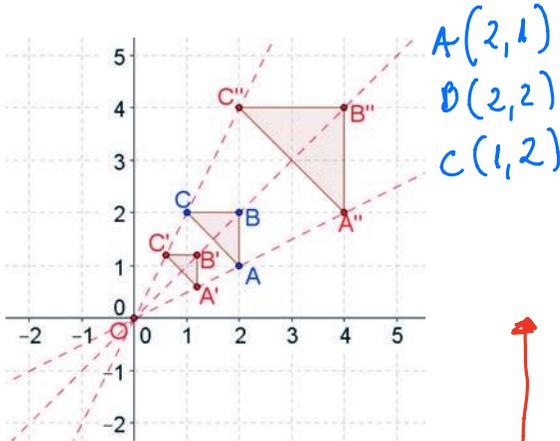
La razón de homotecia es 0,6 aproximadamente, ya que:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC} = \frac{OD'}{OD} \approx \frac{3,96}{6,59} \approx \frac{4,22}{7,03} \approx \frac{3,46}{5,77} \approx \frac{3,48}{5,8} \approx 0,6$$

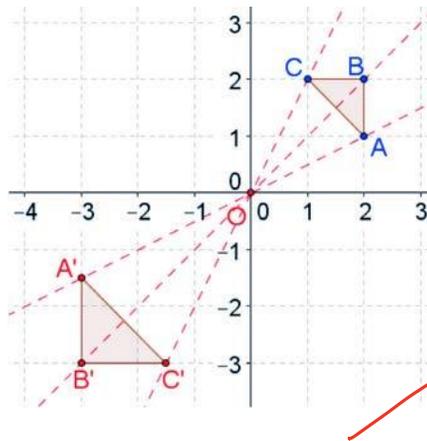
Analiza la información. Luego, resuelve.

Si el centro de homotecia está ubicado entre la figura y su imagen se dice que la homotecia es inversa; de lo contrario se denomina directa.

**HOMOTECIA DIRECTA**



**HOMOTECIA INVERSA**



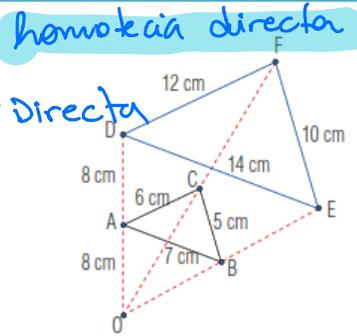
La razón de homotecia en las homotecias inversas, es negativa. Se calcula de igual forma que en las homotecias directas, pero se antepone el signo negativo al resultado.

A(2,1)  
B(2,2)  
C(1,2)

- a. ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices de las figuras originales en cada homotecia?
- b. ¿Cuál es la razón de homotecia en cada transformación realizada? No utilices regla.
- c. ¿Para qué valores de k, el tamaño de la figura origen aumenta, en las homotecias inversas?  $k < -1$
- d. ¿Para qué valores de k, el tamaño de la figura origen disminuye, en las homotecias inversas?  $-1 < k < 0$

$k = \frac{OA''}{OA} \rightarrow k = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = k = 2$  y  $k = 1/2$   
Analiza la figura. Luego, responde.

- a. ¿Qué tipo de homotecia se aplicó, si el  $\Delta ABC$  es la figura origen?
- b. ¿Cuál es la razón de homotecia para el caso anterior?  $k = 2$
- c. ¿Qué tipo de homotecia se aplicó, si el  $\Delta ABC$  es la figura imagen? Directa
- d. ¿Cuál es la razón de homotecia para el caso anterior?  $k = 1/2$
- e. Considera el  $\Delta ABC$  como figura origen y aplícale una homotecia de centro O y razón  $-2$ .
- f. Respecto a la actividad anterior, ¿cómo es el área de la figura imagen obtenida, respecto a la del  $\Delta DEF$ ?



Pregunta tipo PSU

Si a un triángulo ABC se le aplica una homotecia de razón  $K = -\frac{2}{3}$  y centro en O, se obtiene el triángulo A'B'C'. ¿Cuál de las siguientes figuras representa mejor esta homotecia?

A) B) C) D) E)

Para la guía número 9, hemos realizado un video explicativo, ingresa en el siguiente link para verlo [https://youtu.be/fqd9omdk\\_jU](https://youtu.be/fqd9omdk_jU)  
Intenta resolver la actividad propuesta y escríbenos ante cualquier duda.